

A proposta de um “novo” programa de Matemática A para o ensino secundário

Jaime Carvalho e Silva

Departamento de Matemática

Universidade de Coimbra

jaimecs.net

Matemática A

Colocado em consulta pública
no dia 4-11, com prazo de
discussão até 2-12

Não é ainda conhecida a versão final

APM promoveu um debate no dia 20-11

Sem explicação razoável

- Alterações propostas não se baseiam em quaisquer estudos do que aconteceu nas escolas secundárias portuguesas desde 2003 (nem anteriormente)
- Na proposta são ignorados os estudos internacionais (PISA, TIMSS)
- Os países da Ásia deixam de ser referência, desaparecendo da bibliografia
- Os 'Common Core Standards' americanos, que são citados, não têm qualquer semelhança com a proposta de novo programa de Matemática A

Matemática A ignora a realidade

- Matemática: “os programas devem ser construídos em função dos conhecimentos e capacidades fundamentais (...) cabendo ao sistema educativo, às escolas, aos professores e aos próprios alunos mobilizarem-se para cumprir esse objetivo.” (JL, 13-11-2013)

A aplicação da proposta será um desastre inevitável

- Porque está mal estruturada (sem temas transversais)
- Porque é demasiado abstrata
- Porque é demasiado extensa
- Porque contém conteúdos inadequados para este ciclo
- Porque começará a ser aplicada sem que os alunos que entram no 9º ano em 2015 tenham tido os novos programas do Ensino Básico

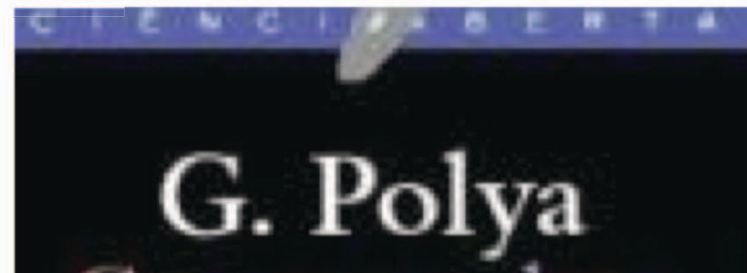
A aplicação da proposta será um desastre inevitável

- Como provar?
- Comparação com países bem cotados nos estudos internacionais
- Como justificar que vamos fazer diferente de todos os outros países?
- Como justificar que nenhuma das novidades da proposta tenha sido experimentada?

Temas transversais

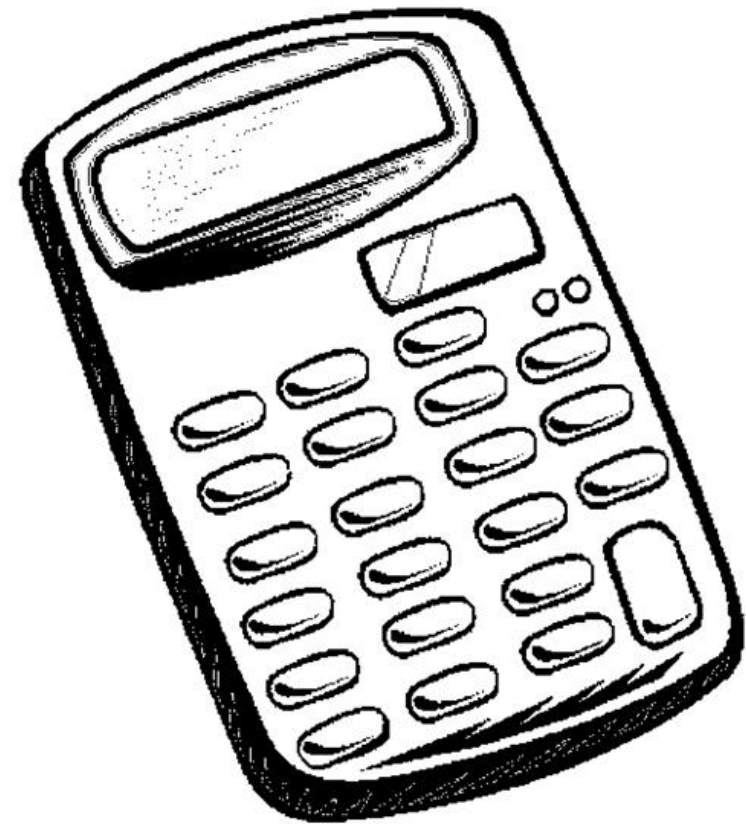
Mathematical Practices

1. Make sense of problems and persevere in solving them.
2. Reason abstractly and quantitatively.
3. Construct viable arguments and critique the reasoning of others.
4. Model with mathematics.
5. Use appropriate tools strategically.
6. Attend to precision.
7. Look for and make use of structure.
8. Look for and express regularity in repeated reasoning.



Modelos Matemáticos

Comparación
Contraste
Estadística



República da Coreia (Coreia do Sul) Curriculum 2007

B. Except when the enhancement of calculation ability is not the ultimate educational objective, use calculators, computers, educational software, and other tools when dealing with complicated calculations while understanding mathematical concepts, principles, and rules, and increasing problem solving ability, etc.

Demasiado abstrata

- “Os autores, certamente nada versados nestes assuntos, decidem abordar o tema de um ponto de vista excessivamente formalista, sem se aperceberem nem do verdadeiro papel desse formalismo nem do contexto em que se revela necessário. E, quando não estão entretidos com este devaneio, ocupam-se com a redução da lógica formal ao papel de uma abreviatura, assassinando-a assim duplamente.”
- Parecer do Prof. António Fernandes (DM, IST)

República da Coreia (Coreia do Sul) Curriculum 2007

< 10th grade >

A. Numbers and operations

(a) Operations of sets

① Understand the operations of sets.

(b) Propositions

① Understand the meaning of propositions and conditions.

② Understand the converse, inverse, and contrapositive of propositions.

③ Understand the necessary condition and sufficient condition.

(c) Real numbers

① Understand the properties of operations of real numbers.

- ① The operations of a set should be dealt with by simply referring to a Venn diagram.
- ② The meaning of propositions of condition should be taught at the level of understanding a mathematical sentence.

Belgica

“COMPETENCES TERMINALES ET SAVOIRS REQUIS en MATHÉMATIQUES” (1999)

Dans un énoncé
théorème, ...
- l'implication
- l'hypothèse

Maîtriser quelques démarches logiques qui régissent les démonstrations :

- donner la négation, une réciproque d'un énoncé,

- établir un raisonnement par

l'absurde (contra
disjonction des cas)
- distinguer méthodes
raisonnement direct

Rédiger une démonstration en faisant apparaître les étapes, les liens logiques, les théorèmes utilisés au moyen de phrases complètement formulées.

França:

“Classe terminale de la série scientifique” (2011)

Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation, de rédaction d'une démonstration et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme. Il importe toutefois de prévoir des moments d'institutionnalisation de certains concepts ou types de raisonnement, après que ceux-ci ont été rencontrés plusieurs fois en situation.

De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

Il convient de prévoir des temps de synthèse, l'objectif étant que ces éléments soient maîtrisés en fin de cycle terminal.

Extensão da proposta

Temas novos – 10º ano

- LTC10: “Reflexividade e transitividade da implicação e da equivalência; simetria da equivalência”
- LTC10: “Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e de elemento absorvente e da idempotência da disjunção e da conjunção e propriedades distributivas da conjunção em relação à disjunção e da disjunção em relação à conjunção;”
- LTC10: “Resolução de problemas envolvendo operações lógicas sobre proposições”

Temas novos – 10º ano

- LTC10: “Condições e Conjuntos: Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união”

Temas novos – 10º ano

- ALG10: “Racionalização de denominadores”
- GA10: “Definição de elipse e respetiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal; Inequações cartesianas de (...) partes internas de elipses;”

Temas novos – 10º ano

- GA10: “Relações de equivalência, partições e vetores
- - Produtos cartesianos de conjuntos;
- - Relações binárias e relações de equivalência; classes de equivalência, conjuntos-quociente e partições;
- - Formas geométricas, comprimentos, direções, amplitudes e vetores enquanto classes de equivalência;
- - Resolução de problemas envolvendo relações de equivalência e partições de conjuntos.”

Temas novos – 10º ano

- GA10: “Propriedades algébricas das operações com vetores;
- - Base canónica do espaço vetorial dos vetores de um plano munido de um referencial ortonormado e coordenadas de um vetor; combinação linear de vetores;”
- GA10: “Equações paramétricas de uma reta;”

Temas novos – 10º ano

- FRVR10: “Generalidades acerca de funções:
 - - Restrições de uma função;
 - - Imagem de um conjunto por uma função;
 - - Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas;
 - - Função inversa de uma função bijetiva.”

Temas novos – 10º ano

- EST10: “Sinal de somatório; tradução no formalismo dos somatórios das propriedades associativa e comutativa generalizadas da adição e distributiva generalizada da multiplicação em relação à adição;”
- EST10: “Percentil de ordem k ; propriedades do percentil de ordem k ;”
- EST10: “Simulação Monte Carlo
 - - Simulação de experiências aleatórias por recurso a algoritmos geradores de números pseudo-aleatórios;
 - - Propriedades inferenciais da média com recurso à simulação Monte Carlo;”

Temas novos

- lei dos senos e dos cossenos,
- funções trigonométricas inversas,
- osciladores harmónicos,
- desigualdade de Cauchy-Schwarz,
- supremos e ínfimos,
- teorema de Lagrange e de Rolle

Temas novos

- continuidade da função inversa,
- Teorema de Weierstrass,
- derivada da função inversa,
- equações diferenciais,

Temas novos

- primitivas,
- cálculo integral,
- teorema fundamental do cálculo integral,
- fórmula de Barrow e teorema da média;

10º ano: ano mártir

- Lógica Matemática, formalismo das classes de equivalência
- Antecipação de temas de anos seguintes
- Temas novos
- Ignorados os problemas da transição: módulo inicial não foi substituído por nada equivalente ou melhor

Temas antecipados para o 10º ano

- ALG10: Radicais (11º ano)
- FRVR10: “Função injetiva; Função inversa” (11º ano)
- FRVR10: “Sentido da concavidade do gráfico de uma função real de variável real” (12º ano)
- FRVF10: “As funções RQ e RC enquanto funções inversas” (11º ano)

Temas inadequados

Limites segundo Heine de funções reais de variável real

1. Definir limite de uma função num ponto e estudar as respectivas propriedades fundamentais

1. Identificar, dado um conjunto $A \subset \mathbb{R}$ e $a \in \mathbb{R}$, a como «ponto aderente a A » quando existe uma sucessão (x_n) de elementos de A tal que $\lim x_n = a$.
2. Identificar, dada uma função real de variável real f e um ponto $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ como «limite de $f(x)$ quando x tende para a » quando a for aderente ao domínio D_f de f e para toda a sucessão $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de elementos de D_f convergente para a , $\lim f(x_n) = b$, justificar que um tal limite, se existir, é único, representá-lo por « $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ », referir, nesta situação, que « $f(x)$ tende para b quando x tende para a » e estender esta definição e propriedade ao caso de limites infinitos.
3. Identificar, dada uma função real de variável real f , um conjunto $X \subset \mathbb{R}$ e $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ como o «limite de $f(x)$ quando x tende para a por valores em X » quando $b = \lim_{x \rightarrow a} f|_X(x)$, representá-lo por $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \in X}} f(x)$ e estender esta definição ao caso de limites infinitos.

Temas inadequados

Descritor	Texto de Apoio
1.1	<p data-bbox="1053 435 1287 475" style="text-align: center;">Comentário</p> <p data-bbox="251 547 2089 707">São essencialmente duas as opções que classicamente se consideram para a definição de limite num ponto a real, no que diz respeito ao domínio em que se tomam as sucessões a tender para a, para o efeito de testar a existência do referido limite.</p> <p data-bbox="251 722 2089 1567">A opção privilegiada desde há bastante tempo no ensino secundário em Portugal tem sido a que consiste em considerar, de entre as sequências no domínio da função, apenas aquelas que nunca tomam o valor a. Ou seja, tem-se optado pelo que vulgarmente se designa por “limite por valores diferentes de a”. No presente programa optou-se pela versão alternativa que consiste em admitir, com o mesmo objetivo, sucessões podendo tomar o valor a; considera-se, com efeito, que esta opção apresenta diversas vantagens. Em primeiro lugar por ser mais simples de formular e permitir também uma formulação mais simples da noção de continuidade e em segundo porque a própria noção de “limite por valores diferentes” (como outras afins como a de “limite à esquerda” e “à direita”) passa a poder ser encarada como caso particular de um noção geral de limite “segundo um conjunto” que é muito simplesmente o limite da restrição da função inicial a esse conjunto (cf. descritor 1.3). É de notar também que esta é a abordagem seguida em grande número de cursos e manuais universitários e que a definição até agora mais usual no ensino secundário obriga a cuidados suplementares para que se evitem erros no enunciado de determinadas propriedades, os quais por vezes se podem detetar, mesmo em boas obras de referência.</p>
1.2	

A aplicação da proposta será um desastre inevitável

- Porque está mal estruturada (sem temas transversais)
- Porque é demasiado abstrata
- Porque é demasiado extensa
- Porque contém conteúdos inadequados para este ciclo
- Porque começará a ser aplicada sem que os alunos que entram no 9º ano em 2015 tenham tido os novos programas do Ensino Básico

consequência: fuga à Mat A!

During 2000/01, serious difficulties with AS Mathematics were reported to the regulatory authorities. The overriding concern of teachers was that AS Mathematics appeared to be too difficult and was turning many students away from the subject. The results of the first cohort of candidates appeared to confirm this. The pass rate among the 17 year-old cohort was 71.8 per cent, very low compared to other mainstream subjects like English, history, geography, physics, chemistry and biology. Although in subsequent years, the AS pass rate in Mathematics had increased, it still remains conspicuously out of line with other mainstream subjects. Table 3.2 presents comparative figures

- “Making Mathematics Count” (The report of Professor Adrian Smith’s Inquiry into Post-14 Mathematics Education, February 2004)

Conclusão

- Será um desastre (como foi o programa do 12º ano nos anos 80)!
- Quando começar a ser “amputado” não faltarão desculpas (sobre o sistema, os professores, os alunos, os pais e o País!), nunca sobre o programa!
- No final teremos uma “manta de retalhos” incoerente como foram os programas dos anos 80 (do básico, do secundário e do 12º ano): o M.E. não tem memória!!!