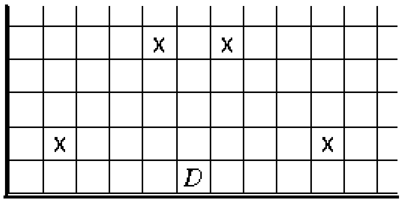
XXII Olimpíadas Ibero-Americanas de Matemática

Versão em Português

4. Num tabuleiro quadriculado de tamanho 19×19, uma ficha chamada *dragão* dá saltos da seguinte maneira: desloca-se 4 casas numa direcção paralela a um dos lados do tabuleiro e 1 casa na direcção perpendicular à anterior.



A partir de D, o dragão pode saltar para uma das quatro posições X.

Sabe-se que, com este tipo de saltos, o dragão pode mover-se de qualquer casa a qualquer outra.

A *distância dragoniana* entre duas casas é o menor número de saltos que o dragão deve dar para mover-se de uma casa a outra.

Seja C uma casa situada num canto do tabuleiro e seja V a casa vizinha a C que a toca num único ponto.

Demonstre que existe alguma casa X do tabuleiro tal que a distância dragoniana de C a X é maior que a distância dragoniana de C a V.

5. Um número natural n é *atresvido* se o conjunto dos seus divisores, incluindo 1 e n, pode ser dividido em três subconjuntos tais que a soma dos elementos de cada subconjunto é a mesma nos três. Qual é a menor quantidade de divisores que pode ter um número atresvido ?

6. Seja $\mathcal{F}$ a família de todos os hexágonos convexos H que satisfazem as seguintes condições:

   (a) os lados opostos de H são paralelos;

   (b) quaisquer três vértices de H podem ser cobertos com uma faixa de largura 1.

   Determine o menor número real ℓ tal que cada um dos hexágonos da familia $\mathcal{F}$ pode ser coberto com uma faixa de largura ℓ.

   Nota: Uma faixa de largura ℓ é a região do plano compreendida entre duas rectas paralelas que estão à distância ℓ (incluindo ambas as rectas paralelas).

Duração: 4 horas e 30 minutos