

Observação: A resolução completa de cada exercício inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. A pressão P , o volume V e a temperatura T de um gás ideal estão relacionados pela equação

$$PV = 8,31T,$$

onde P é medida em quilopascal, V em litros e T em kelvin.

- (a) Determine a taxa de variação da pressão quando a temperatura é de 300 kelvin e diminui a uma taxa de 0,2 kelvin por segundo e o volume é de 100 litros e aumenta a uma taxa de 0,1 litros por segundo.
- (b) Qual o erro que se comete no cálculo da pressão, sabendo que o volume foi medido com um erro de 1% e a temperatura com um erro de 2%?
2. Das afirmações seguintes, indique quais são verdadeiras e quais são falsas, justificando convenientemente.

- (a) A função $\int_0^{\sin x} e^{-t^2} dt$ tem $\frac{\pi}{2}$ como minimizante local.

- (b) Se a altura de um terreno no ponto de coordenadas (x, y) é bem modelada pela função

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(2 - e^{-(x^2+y^2)}),$$

é na direcção e sentido Norte-Sul que, no ponto $(1, 1)$, a altura do terreno varia mais rapidamente.

- (c) A equação polinomial $x^3 - 12x + 1 = 0$ tem três raízes reais.

- (d) $\int_{-1}^1 e^{-st^2} \sin t dt = 0$, qualquer que seja $s \in \mathbb{R}$.

3. Calcule os seguintes integrais:

(a) $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^3}} dx;$

(b) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \arctg \sqrt{x} dx;$

(c) $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}(x+3\sqrt{x}+2)} dx$, com a substituição $x = t^2$.

4. Determine, justificando convenientemente a sua resposta, a natureza do seguinte integral

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{4+x^2} dx.$$

5. Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela região limitada pelas curvas $y = -x^2 + 3$ e $y = 2|x|$, em torno do eixo dos xx .

Função	Primitiva
$f^m f'$	$\frac{f^{m+1}}{m+1} + C$ ($m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$)
$\frac{f'}{f}$	$\ln f + C$
$\frac{f'}{1+f^2}$	$\arctg f + C$