

DATA DE ENTREGA: 24 DE MARÇO DE 2003

1. Sejam x_0, x_1, \dots, x_n um conjunto de $n + 1$ pontos distintos no intervalo real $[a, b]$. Considere os polinómios de Lagrange

$$\ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad i = 0, \dots, n.$$

Mostre que:

- (a) é válida a igualdade $\ell_i(x) = w(x)/[(x - x_i)w'(x_i)]$, $i = 0, \dots, n$, onde

$$w(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i).$$

- (b) se x pertence ao intervalo definido pelos pontos dados, então

$$\|w\|_\infty \leq \frac{n!h^{n+1}}{4}, \quad h = \max_{0 \leq i \leq n-1} |x_{i+1} - x_i|.$$

2. Determine uma aproximação para o instante na da passagem do perigeu da Lua em Março, 1999, a partir dos valores tabelados para as zero horas de cada dia; indique também a distância (em raios médios da Terra) da Terra à Lua nesse instante.

dia	19	20	21
distância	57.071	56.955	57.059

3. Na seguinte tabela são dados diferentes valores para o peso específico p da água a diferentes temperaturas t (em graus centígrados):

t	0	1	2	3
p	0.999871	0.999928	0.999969	0.999991

Usando interpolação linear, quadrática e cúbica, determine uma aproximação para p quando $t = 4^\circ C$ usando a fórmula interpoladora de Lagrange e de Newton. Compare os resultados obtidos sabendo que o valor exacto é 1.000000.

Elabore um programa, recorrendo à linguagem de programação que preferir, para resolver o problema.