

DATA DE ENTREGA: 7 DE ABRIL DE 2003

1. Num circuito eléctrico com voltagem aplicada $E(t)$ e inductância L , a primeira lei de Kirchoff dá-nos a relação

$$E(t) = L \frac{dI}{dt}(t) + RI(t),$$

onde R é a resistência e I a corrente. Suponhamos que medimos a corrente para vários valores de t obtendo

t_i	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04
$I(t_i)$	3.10	3.12	3.14	3.18	3.24

onde t é medido em segundos, I em amperes, a inductância L é uma constante igual a 0.98 henries e a resistência é 0.142 ohms. Aproxime a voltagem E nos valores de t dados na tabela.

2. Mostre, a partir do polinómio interpolador de Lagrange da função f nos pontos x_0, x_1 e x_2 , tais que $x_1 - x_0 = h$ e $x_2 - x_1 = \alpha h$, que

$$f''(x) \approx \frac{2}{h^2} \left[\frac{f(x_0)}{1+\alpha} - \frac{f(x_1)}{\alpha} + \frac{f(x_2)}{\alpha(1+\alpha)} \right].$$

Verifique que quando $\alpha = 1$ se recupera a fórmula das diferenças centradas.

3. Considere o intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$ e uma função f conhecida nos nós da partição uniforme, de espaçamento h ,

$$\Delta : \quad a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b.$$

Estabeleça o sistema algébrico que permite determinar o *spline* cúbico periódico s interpolador da função f nos nós da partição Δ .

Nota: O spline cúbico periódico tem como condições de fronteira $s'(a) = s'(b)$ e $s''(a) = s''(b)$.

4. A estrela S da Ursa Maior apresenta uma variação para a sua magnitude aparente m , em função do ângulo de fase θ (em graus), de acordo com os dados da seguinte tabela:

θ	-110	-80	-40	-10	30	80	110
m	7.98	8.95	10.71	11.70	10.01	8.23	7.86

Os dados são periódicos e a magnitude é a mesma para a fase $\theta = -120$ e $\theta = 120$.

Determine o *spline* cúbico periódico que interpole os dados da tabela. Compare os valores dados pelo *spline* com os obtidos na tabela

θ	-100	-60	-20	20	60	100
m	8.37	9.40	11.39	10.84	8.53	7.89