1. Mediu-se várias vezes a altura de um poste com uma fita de aço obtendo-se os seguintes resultados:

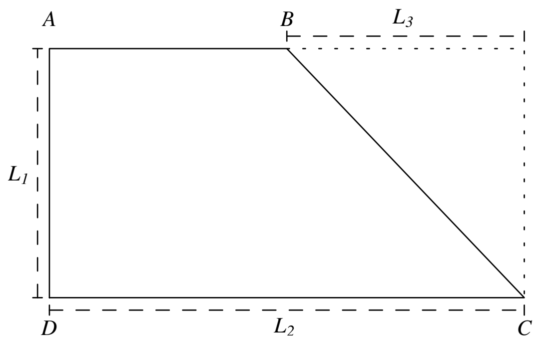
Nº da medição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor obtido	31.29	31.24	31.27	31.26	31.36	31.25	31.26	31.27	31.28	31.24

Determine a média da amostra recolhida bem como a sua variância e desvio padrão.

2. Determine a capacidade esperada de um depósito cilíndrico, sabendo que se fizeram várias medições, todas nas mesmas condições e independentes, da sua altura h e do raio da base r, tendo-se obtido os seguintes resultados (em metros):

altura h	10.30	10.33	10.31
raio da base r	3.62	3.60	3.64

3. (a) Indique como pode determinar o valor esperado da área do trapézio com vértices A, B, C e D, sabendo que se conhecem os comprimentos indicados na figura e que estes comprimentos são independentes.



(b) Determine o valor esperado da referida área, sabendo que para se determinar os comprimentos L_1, L_2 e L_3 se fizeram várias observações, todas nas mesmas condições, tendo-se obtido os seguintes resultados (em metros):

L_1	L_2	L_3
31.68	35.24	10.12
31.59	35.26	10.10
31.62	35.21	10.15
31.64	35.21	10.13
31.62	35.20	10.11

4. Considere duas variáveis aleatórias X e Y que representam comprimentos e para as quais se conhecem a seguintes amostras (em metros):

X	2.15	2.21	1.95	2.10	2.15	2.1	2.14	1.89
Y	5.12	4.89	5.01	5.15	5.15	5.18	5.17	5.16

Determine a matriz de covariâncias das variáveis X e Y, o coeficiente de correlação e a matriz cofactor.

5. Para determinar a área de um terreno rectangular, e o respectivo desvio padrão, mediu-se o comprimento e a largura do terreno tendo-se obtido: comprimento = 100 m (desvio padrão = 0.50 m); largura = 40 m (desvio padrão = 0.30 m). Determine uma estimativa para as quantidades pretendidas considerando que o comprimento e a largura do terreno estão não correlacionados.

6. Mediram-se independentemente três distâncias adjacentes ao longo da mesma linha, tendo-se obtido os resultados: $x_1 = 51.00$ m ($\sigma_1 = 0.05$ m); $x_2 = 36.50$ m ($\sigma_2 = 0.04$ m); $x_3 = 26.75$ m ($\sigma_3 = 0.03$ m). Calcule uma estimativa para a distância total e o seu desvio padrão.

7. Considere um triângulo de lados a, b e c e seja α o ângulo formado por a e b. Suponha que se mediram os comprimentos destes dois últimos lados (em centímetros) e a amplitude de α tendo-se obtido os valores:

a	7.55	7.56	7.49	7.48	7.57	7.50
b	8.00	8.01	7.99	7.98	7.98	8.02
α	30^o	30.01^o	29.99^o	29.98^o	30^o	29.97^o

.

Supondo que as observações são independentes determine uma estimativa para o valor mais provável do comprimento do lado c e uma estimativa para o desvio padrão para este valor (teorema de Carnot: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$).

8. Suponha que se mediram três ângulos α_1, α_2 e α_3 e que os desvios padrão são, repectivamente, 2", 3" e 5". Determine a matriz de covariância dos ângulos $\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$ e $\beta_2 = \alpha_3 - \alpha_2$.

9. Para determinar o comprimento de uma linha poligonal mediram-se independentemente os seus três segmentos tendo-se obtido os seguinte resultados (em metros):

x_i	1.00	1.12	1.01	1.25	1.10
y_i	3.00	3.36	3.03	3.75	3.50
z_i	4.00	4.36	4.03	4.75	4.50

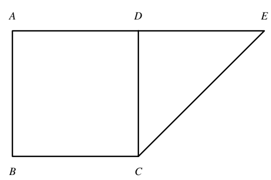
.

Determine uma estimativa para o comprimento da linha poligonal e para o seu desvio padrão.

10. A posição de um ponto é conhecida em coordenadas polares sendo: (i) $\rho = 100$ m, $\sigma_\rho = 0.5$ m; (ii) $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\sigma_\theta = 0.001$. Suponha que ρ e θ são grandezas não correlacionadas. Calcule as coordenadas rectangulares x e y e a matriz cofactor destas duas variáveis.

11. Sejam X_1, X_2 e X_3 v.a., $Y_1 = aX_1 + bX_2$ e $Y_2 = cX_1 + dX_3$, em que a, b, c e d representam constantes. Mostre que $C_Y = AC_XA^T$, em que C_Y e C_X são respectivamente as matrizes de covariância de (Y_1, Y_2) e de (X_1, X_2, X_3) e $A = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & 0 & d \end{bmatrix}$.

12. Considere a figura composta de um rectângulo e de um triângulo em que o lado AB é igual ao lado



DE. Mediram-se os lados AB, BC e CE obtendo-se:

AB	5.02	4.96	5.01	5.00	4.99	4.97
BC	6.05	6.10	5.96	6.00	5.98	5.99
CE	7.03	7.01	7.02	7.00	6.98	6.99

.

Determine uma estimativa para o valor mais provável dos perímetros do rectângulo e do triângulo e, supondo que as observações são não correlacionadas, a sua matriz de covariância.