

SPM

contacto



FOLHA INFORMATIVA DA DELEGAÇÃO REGIONAL DO CENTRO DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

nº 9

novembro 1982

ABERTURA

O conhecimento do passado por um povo é elemento fundamental para lhe dar consciência da sua identidade cultural, para permitir transformar o presente e criar o futuro. Isso é reconhecido em muitos aspectos, mas não tanto no que respeita às actividades científicas.

No nosso país, e no que concerne à Matemática, poucos sabem o que fizeram os nossos antepassados, porquê e com que fim. Surgiu, há anos, na licenciatura, a cadeira de História do Pensamento Matemático mas, confiando no improvisado, nunca se pensou seriamente em formar pessoal docente especializado para leccionar essa cadeira. Assim quase não existe quem se dedique a estudar o que em Portugal se fez no campo da Matemática. Provavelmente não terá sido muito pois, pelo menos nos anos recentes, a "Matemática Portuguesa" reduz-se, em larga medida, ao que se aprende no estrangeiro, em três ou quatro anos de bolsa.

Apesar de tudo surgiram alguns vultos importantes, tendo sido particularmente activo o período de fins da década de trinta e princípios de quarenta, altura em que se criaram a *Portugaliae Mathematica*, a *Gazeta de Matemática* e a primeira Sociedade Portuguesa de Matemática. Muitos desses homens tiveram de emigrar ou de abandonar a Matemática devido às perseguições políticas da época. Não os deixaram fazer aquilo de que mostraram ser capazes.

Seria importante que os esforços então feitos fossem conhecidos pela geração presente e que não caíssem no esquecimento. Não devemos olvidá-los. Podem até servir de lição.

Em suma, cremos que vale a pena debruçarmo-nos sobre o passado da Matemática e extrair daí conclusões para repensar o presente. Nesse sentido, e como primeiro contributo, solicitámos ao Professor Rui Luís Gomes, um dos homens dos fins da década de trinta e princípios de quarenta, que nos contasse algo do que aconteceu e presenciou.

É com grande prazer que publicamos o artigo "Tentativas feitas nos anos 40 para criar, no Porto, uma Escola de Matemática", daquele ilustre professor e que é o texto duma conferência que pronunciou no V Encontro Regional da S.P.M., realizado na Foz de Arelas em Setembro passado. Nele, o autor homenageia a memória do Professor António Aniceto Monteiro, falecido há poucos anos na Argentina. Associamo-nos sentidamente a essa homenagem.

A Direcção da Delegação Regional do Centro da S.P.M.

TENTATIVAS FEITAS NOS ANOS 40 PARA CRIAR NO PORTO UMA ESCOLA DE MATEMÁTICA

Rui Luís Gomes

Na raiz das tentativas de que vamos falar, está a existência na Secção de Matemática, já antes de 1940, de dois centros de interesse, polarizados, um, na Álgebra Moderna, cujo estudo fui introduzido em Portugal pelo Prof. António Almeida Costa e, o outro, na Análise Real (Escola de Borel, Lebesgue e Baire), com que eu me havia familiarizado em Coimbra, nos cursos do grande Mestre Vicente Gonçalves.

Podemos acrescentar que, para Almeida Costa, a sua cadeira de Mecânica Celeste e, para mim, a de Física Matemática foram as oportunidades que tivemos de atrair os alunos expondo temas novos e em que estávamos realmente a trabalhar.

Almeida Costa não hesitou em dar Teoria dos Grupos ou Teoria dos Anéis em Mecânica Celeste e eu tratei de Teoria da Medida - à Lebesgue e Relatividade, em Física Matemática.

A atitude tomada por Almeida Costa era muito mais audaciosa do que a minha.

Por isso mesmo, quero aproveitar esta oportunidade para prestar homenagem à sua audaciosa atitude, que tanto contribuiu para a elevação matemática no Porto. Regressando agora ao tema fundamental desta palestra, compreende-se que era necessário avançar para a integração daqueles dois centros de interesse num projecto da Escola Matemática e, para um tal objectivo, foi muito importante a colaboração e a extraordinária capacidade de formação de discípulos do matemático António Aniceto Monteiro. Para termos uma ideia mais precisa de como a sua colaboração se foi estabelecendo, o melhor é acompanhar pelo seu próprio curriculum vitae, a actividade que Monteiro desenvolveu após o doutoramento de estado em Paris e o regresso a Lisboa em 1936.

(continua na pág. 8)

V ENCONTRO DA DELEGAÇÃO REGIONAL DO CENTRO

A Delegação Regional do Centro da S.P.M. realizou nos dias 27, 28 e 29 de Setembro, na Figueira da Foz, o seu encontro anual.

Nesta iniciativa a Direcção da Delegação Regional do Centro teve o apoio da Comissão da Figueira da Foz para Organização do V Encontro, constituída pelos sócios Dr. António Alberto Falcão Paredes, Dr.^a D. Lígia Paredes e Dr.^a D. Maria José Freitas. Devem-se ao entusiasmo e acção destes colegas as sessões de confraternização, que foi possível incluir no Encontro, e o apoio valioso de várias entidades da Figueira da Foz.

O programa foi elaborado a partir das sugestões dos sócios recolhidas nas poucas respostas dadas em inquérito prévio; e também das ofertas de participação com exposição de trabalhos.

Em exposições de 50 a 60 minutos foram apresentados os trabalhos:

Planeamento de Redes de Distribuição

Eng^o Doutor João Clímaco

Estimação da Densidade Média dum Processo Pontual Cromático

Dr.^a Maria Nazaré S.Q.M. Lopes

Cálculo Numérico Básico para o Estudo da Análise Matemática na Escola Secundária

Dr. Marcelino R. de Paiva

O Método de Indução Matemática

Dr. Manuel F.R. Candeias (duas sessões)

Estudo da Dedução no Cálculo Proposicional

Dr. José M. Gil

A Audácia em Matemática

Doutor Graciano de Oliveira

O Dr. Luis Amaral orientou um curso, em duas sessões, sobre a *Definição dos Números Reais*; e a Dr.^a D. Lurdes Vieira orientou outro, em três sessões, sobre *Estatística Descritiva*.

A sessão de abertura teve a colaboração do Prof. Doutor Rui Luis Gomes, especialmente convidado, que fez uma conferência sobre *"Tentativas Feitas nos Anos 40 para Criar, no Porto, Uma Escola de Matemática"*.

Também a convite, o Prof. Doutor Nicolau Raposo apresentou o trabalho de pedagogia: *"Uma Experiência de Micro-Ensino no Ramo Educacional da F.C.T. da Universidade de Coimbra"*

Completaram o programa uma exposição documental sobre a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, organizada pelo Dr. Joaquim Namorado, que esteve patente durante o encontro; uma sessão de filmes pedagógicos; um jantar de confraternização, no primeiro dia; e um chá de convívio, no segundo dia.

As sessões do encontro realizaram-se no Museu da Figueira da Foz e na Escola Secundária nº 1, por vezes com algumas faltas de cumprimento do horário do programa, e estiveram presentes certa de noventa sócios.

Pode dizer-se que os trabalhos para discussão e apresentação, que constituíram o fundamento do Encontro, não abundaram o que transparece na duração de 50 a 60 minutos das sessões, relativamente longa. A Didáctica do Ensino da Matemática e a pedagogia esperam mais dos sócios da Delegação Regional do Centro da Sociedade Portuguesa de Matemática.

J. Machado Gil

DEBATE SOBRE PROGRAMAS

No V-Encontro da S.P.M. da Região Centro promoveu-se um debate sobre os programas de Matemática do Ensino Preparatório e Secundário. Seguem-se resumidamente as conclusões a que se chegou: —

No Ensino Preparatório

- a) Não ser aconselhável a inclusão no Programa dos conteúdos:
 - Estatística
 - e
 - Números Relativos
- b) Ser aconselhável dar maior relevância ao Cálculo numérico com números racionais e particularmente ao estudo da Geometria onde se têm detectado mais faltas.

No Ensino Secundário

- a) Foram aceites as conclusões dum texto previamente divulgado, que continha a seguinte proposta:

1. Criação de uma Comissão a nível nacional, para o estudo e reformulação dos métodos e programas de Matemática do Ensino Secundário.

2. Representação nessa Comissão das Faculdades de Ciências e de Engenharia, Escolas Secundárias, Institutos de Investigação, S.P.M. e Ministério, através de elementos que tais instituições indicariam, em número a fixar.

3. Criação de adequadas condições de trabalho para essa Comissão que nomearia um núcleo executivo composto paritariamente por docentes do Ensino Secundário e do Ensino Superior.

4. Obrigatoriedade de apresentação pela referida comissão, em prazo a determinar, de um relatório e um projecto de programas que seriam debatidos pelas instituições e pessoas interessadas; uma vez recolhidas as críticas e sugestões, a comissão elaboraria programas que seriam imediatamente implantados em regime experimental.

5. Obrigatoriedade de apresentação ainda de um plano de formação de professores que deveria ser executado durante a fase experimental dos programas.

- b) Foi apresentada uma proposta de nova distribuição das rúbricas e dos tempos lectivos a atribuir para os 10^o, 11^o e 12^o anos.

Estas conclusões serão enviadas superiormente.

INFORMAÇÕES DIVERSAS (continuado da pág. 6)

De princípios de Outubro a fins de Novembro, o assistente espanhol Ion Zaballa (Escola do Magistério-Vitória) esteve, como bolseiro, em Coimbra, onde participou nas actividades do Grupo de Álgebra Linear e Aplicações. A sua estadia deu-se ao abrigo de um acordo cultural luso-espanhol.



por

Ana Isabel Rosendo (Prof. estagiária na E.S. Avelar Brotero - Coimbra)
e
M. Rolão Candêias (Assistente convidado na Fac. Economia U.C.)

Estando convencidos de que chamar a atenção para os erros não propaga esses mesmos erros e esperando até que os evite, resolvemos criar esta rubrica em que sob a forma de "enigma" se levantam questões que são vulgarmente referidas pelos alunos como "ratoeiras".

No texto que se segue há afirmações incorrectas ou mesmo erradas. Quais e porquê? (ver as soluções pág. 5).

- Em \mathbb{N} ,
 $\forall x > 1 \Rightarrow x > 0$
- Uma sucessão de números reais é uma aplicação de \mathbb{N} em \mathbb{R} ; Serve de exemplo $(\frac{n}{n-3})$
- $\log_e x_1 \neq \log_e x_2 \Rightarrow x_1 \neq x_2$, porque a função $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ é injectiva
 $x \mapsto \log x$
- O contradomínio de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
é $D' = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus \{0\}$
porque $y = \frac{x}{x^2 + 1} \Leftrightarrow y(x^2 + 1) = x$
 $\Leftrightarrow yx^2 - x + y = 0$
 $\Leftrightarrow (x = \frac{+1 + \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}) \wedge$
 $\vee x = \frac{+1 - \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}) \wedge$
 $\wedge y \neq 0$
Donde $D' = \{x \in \mathbb{R} : 1 - 4y^2 \geq 0 \wedge y \neq 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2} \wedge y \neq 0\} =$

$$= [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus \{0\}$$

5. A função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \leftarrow x > 0 \\ 0 & \leftarrow x = 0 \\ -\frac{1}{x} & \leftarrow x < 0 \end{cases}$$

não tem derivada no ponto zero porque, sendo

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \text{ e } \left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}, \text{ é } f'_d(0) = -\infty \text{ e } f'_e(0) = +\infty$$

ACTIVIDADES DA DELEGAÇÃO REGIONAL DO SUL E ILHAS

A Delegação Regional do Sul e Ilhas da S.P. M. apresentou o Programa de Novembro a Março dos seus ENCONTROS DE MATEMÁTICA. Esse programa é o seguinte:

Novembro 82
12/11 às 15 horas

Sessão de entrega de prémios das Mini-Olimpíadas da Matemática - Lisboa 82, incluindo uma conferência intitulada "A Matemática nas Ciências da Natureza", por ANTÓNIO ST'AUBYN (Instituto Superior de Agronomia).

12/11 - 19/11 - 26/11 às 21 horas
ARMANDO MACHADO

Questões de Topologia com incidência no Ensino Secundário
(adaptação do conteúdo de uma Acção realizada em Setembro/82, com o apoio da DGES)

Dezembro 82
2/12 - 9/12 - 16/12 às 21 horas

LUIS SANCHEZ
Consequência da estrutura de \mathbb{R} em certos teoremas básicos da Análise
(adaptação do conteúdo de uma Acção realizada em Outubro/82, com o apoio da DGES)

Janeiro 83
13/1 às 21 horas

ANTÓNIO MONTEIRO
Tema de Álgebra a precisar

Fevereiro 83
4/2 - 11/2 - 18/2 às 21 horas

J. PERDIGÃO DIAS DA SILVA
Tema de Geometria Analítica a precisar

SESSÕES NA SEDE DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA
Avenida da República, 37 - 4º LISBOA

Março 83
23,24,25/3 das 9 às 17 horas

EMMA CASTELNUOVO e DANIELA GORIGIORGI
Une Mathématique dynamique - relations avec la réalité

Local e condições de inscrição a indicar oportunamente.



SE GOSTAS
DE MATEMÁTICA,
PARTICIPA!

IV MINI-OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA

Está já constituída a Comissão Organizadora das IV Mini-Olimpiadas da Zona Centro: é composta por: Ana Isabel Rosendo, Ana Maria Azevedo, António Leal Duarte, Evelina Silveira, F. Quaresma de Almeida, Helena Albuquerque, Isabel Narra de Figueiredo, Joana Margarida Sousa, Manuel Vieira, Manuel Sousa Santos, Maria da Conceição Costa e Zulmira Marques. O concurso processar-se-á em

moldes semelhantes aos dos anos anteriores, tendo sido a eliminatória das categorias A (7^o, 8^o e 9^o anos) e B (10^o, 11^o e 12^o anos) já marcada para 12/1/83 às 15 horas.

Também nas Zonas Sul e Ilhas e Norte da S. P.M. se deverão organizar Mini-Olimpiadas; os concorrentes melhor classificados em cada uma das Zonas deverão participar na I Olimpíada Portuguesa de Matemática.

RELATÓRIO DAS III^{as} MINI-OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA 1981-1982

Em Novembro de 1981 a Direcção da Delegação Regional do Centro aprovou o Regulamento das III Mini-Olimpiadas e nomeou a Comissão Organizadora constituída pelos Drs. Ana Isabel Rosendo, António Leal Duarte, Francisco Quaresma de Almeida, Joaquim Filipe Machado, Manuel Sousa Santos, Maria Aline de Deus, Maria Celeste Gouveia, Maria da Conceição Costa, Maria Filomena Amaro, Maria Isolete Pato, Maria Luisa Sousa, Piedade da Costa Ferreira e Zulmira Marques da Silva.

A primeira eliminatória das categorias A e B (7^o, 8^o e 9^o anos e 10^o, 11^o e 12^o anos respectivamente) realizou-se simultaneamente em 59 escolas secundárias da zona centro do País no dia 13/1/82 tendo participado 1042 concorrentes na categoria A e 574 na categoria B.

A final destas categorias efectuou-se no dia 21/5/82 com 50 concorrentes da categoria A e 40 da categoria B.

À primeira eliminatória da categoria C (três primeiros anos do ensino superior) concorreram 22 alunos (21 de Coimbra e um de Aveiro) tendo to dos passado à segunda eliminatória; esta realizou-se no dia 28/4/82 com a presença de 16 concorrentes dos quais 11 passaram à final.

Os vencedores foram os seguintes (dispostos por ordem alfabética):

Categoria A

- Carlos Manuel M. da Fonseca*
E.S. n.º 1 de Aveiro — 8^o ano
Henrique Miguel Neves de Matos Costa
E.S. D. Duarte de Coimbra — 8^o ano
Joaquim José da Silva Pereira Barros
E.S. Jaime Cortesão de Coimbra — 8^o ano
Jorge Luis Vieira Rodrigues
E.S. de Ílhavo — 9^o ano
Miguel Castelo Branco
E.S. de Cantanhede — 9^o ano

Categoria B

- António Manuel Pacheco Pires*
E.S. Nun'Álvares de Castelo Branco - 12^o ano
Eduardo Luis Almeida e Melo
E.S. Alves Martins de Viseu - 12^o ano
José Manuel Teixeira
E.S. Rafael Bordalo Pinheiro, Caldas da Rainha - 12^o ano
Pedro Correia Cravo Pimenta
E.S. Afonso de Albuquerque, Guarda - 12^o ano
Pedro Manuel L. Andrade Saraiva
E.S. José Falcão, Coimbra - 12^o ano

Categoria C

- António João de Castilho Breda*
2^o ano da Lic. em Matemática - FCTUC
António Manuel Pereira Caetano
2^o ano da Lic. em Matemática - FCTUC
Isabel Maria Grangeon R. Lopes
3^o ano da Lic. em Matemática - FCTUC
Paulo Jorge Bento Noqueira
2^o ano da Lic. em Física - FCTUC
Pedro Manuel da Cunha Graça
1^o ano da Lic. em Matemática - FCTUC

A entrega de prémios decorreu no dia 6/6/82, sendo precedida de uma conferência proferida pelo Prof. Doutor António St. Aubyn intitulada "A Matemática nas Ciências da Natureza"

Além dos prémios dos vencedores e das menções especiais foram ainda oferecidos prémios a todos os finalistas das categorias A e B e aos participantes na segunda eliminatória da categoria C. Foram também atribuídas menções honrosas aos três melhores classificados na eliminatória (excepto aos apurados para a final) em cada escola onde houve mais de dez concorrentes.

Esta organização só foi possível graças ao subsídio da Fundação Gulbenkian e ao apoio do Dep. de Matemática da FCTUC, entidades a quem a Comissão Organizadora aproveita para agradecer.

ISTO É UMA RATOEIRA — Respostas

1. A expressão escrita não tem sentido porque ' $\forall x > 1$ ' é uma proposição, abreviatura de ' $\forall x, x > 1$ ', já que a variável x está precedida imediatamente do quantificador universal. O segundo membro da implicação é porém a condição ' $x > 0$ '. Para fazer sentido a implicação devia "ligar" duas proposições ou duas condições.

Exemplo 1.

$$x > 1 \implies x > 0$$

Exemplo 2.

$$4 > 3 \implies 4 > 2$$

NOTA. "A condição ' $x > 1 \implies x > 0$ ' é universal em \mathbb{N} " e a **proposição** entre aspas que acabamos de enunciar pode traduzir-se dos seguintes modos

$$\forall x \in \mathbb{N}, x > 1 \implies x > 0$$

ou

$$x > 1 \implies x > 0, \forall x \in \mathbb{N}$$

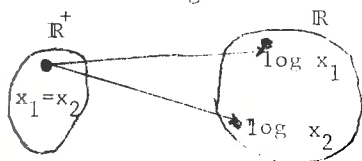
em que o quantificador universal aparece separado por uma vírgula.

2. O exemplo referido não é uma sucessão. Repare-se que o domínio de $(\frac{n}{n+2})$ é $\mathbb{N} \setminus \{3\}$ e não \mathbb{N} como se afirma na definição.

$$3. (\log_e x_1 \neq \log_e x_2 \implies x_1 \neq x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+) \iff (x_1 = x_2 \implies \log_e x_1 = \log_e x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+)$$

Assim, a justificação não é a injectividade da função mas sim o facto de ser uma correspondência unívoca, isto é, o facto de todo o elemento ter *uma só imagem*.

Não pode acontecer o seguinte



4. A exclusão do zero deve-se à "técnica" usada na resolução do problema, concretamente, ao uso da fórmula resolvente da equação do 2º grau. Por isso temos de verificar se pode, ou não, ser $y=0$. Ora

$$\frac{x}{x^2 + 1} = 0 \iff x = 0$$

e portanto

$$0 \in D'f, \text{ isto é } D'f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$$

5. A função não tem derivada no ponto $x = 0$, mas as derivadas laterais estão mal calculadas.

$$f'_d(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

$$f'_e(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{1}{x} - 0}{x - 0} = -\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = -\infty$$

ESCOLA DE VERÃO

No Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra funcionou, na 2.ª quinzena de Setembro, a II-Escola de Verão, promovida pela Delegação Regional do Centro. Consta dos seguintes cursos: *Reticulados Locais, Problemas de Singularidades em Cosmologia, Sistemas Dinâmicos e Dualidade em Optimização Convexa*. O nível dos cursos leccionados foi de pós-graduação, tendo como objectivo servir possíveis interessados em especialização. A frequência desta Escola de Verão de 1982 foi de 34 pessoas, número inferior à da mesma realização de 1981, o que nos obriga necessariamente a reflectir antes de promover novas iniciativas deste tipo.

PUBLICAÇÕES

DA DELEGAÇÃO

REGIONAL DO CENTRO DA S.P.M.

A Direcção da Delegação enviará aos sócios as publicações seguintes, quando encomendadas juntamente com o envio das importâncias indicadas.

Resolução de Equações em Números Inteiros, *Graciano de Oliveira* — 56 págs., 100\$00

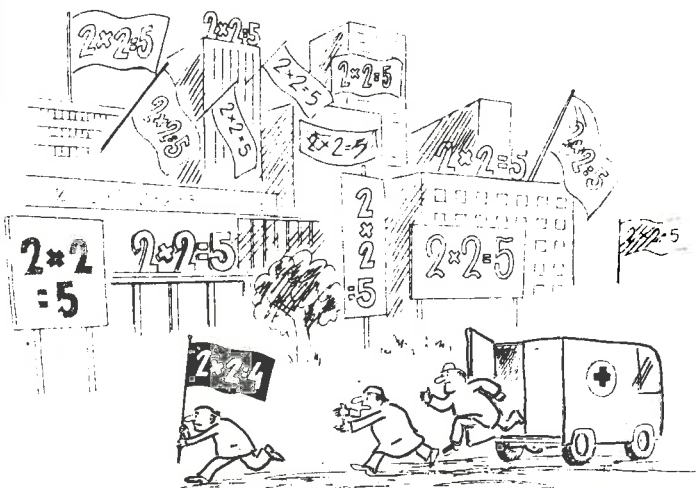
Actas do IV Encontro Regional (Covilhã 1981) — 69 págs., 80\$00

Generalidades sobre Estruturas Algébricas — *Manuel F. Rolão Candeias* — 38 págs., 50\$00.

O livro que a seguir se indica deve ser pedido à Livraria Almedina, de Coimbra.

Primeiras Mini-Olimpíadas de Matemática (Coimbra - 1980/81). — 100 págs., 150\$00.

ENRIQUEÇA A SUA BIBLIOTECA MATEMÁTICA!
COLABORE COM A S.P.M.!



Iniciou-se, no Departamento de Matemática da F.C.T.U.C., o Mestrado em Álgebra Linear e Aplicações.

Este curso consta de uma parte lectiva no 1º ano, devendo, no final do 2º ano, ser apresentada uma dissertação.

A parte lectiva, que terminará em 31 de Julho de 1983, foi dividida em três períodos e é integrada pelas seguintes cadeiras:

- 1 - *Tópicos de Teoria das Matrizes*
Prof. Graciano de Oliveira
- 2 - *Teoria de Perron-Frobenius e Aplicações Numéricas*
Prof. Fernanda Oliveira
- 3 - *Teoria da Convexidade*
Prof. Mário Rosa
- 4 - *Seminário*
Prof. Graciano de Oliveira
- 5 - *Teoria dos Matróides*
Prof. Raul Cordovil
- 6 - *Programação Complementar*
Prof. Joaquim Júdice
- 7 - *Optimização por Métodos Vectoriais*
Prof. Paula Oliveira
- 8 - *Teoria da Representação dos Grupos Linear e Simétrico*
Prof. Teresa Martins
- 9 - *Normas Matriciais*
Prof. José Vitória

Estas cadeiras pertencem às áreas científicas de Álgebra, Análise Numérica, Análise, Análise Combinatória, Investigação Operacional e Análise Funcional.

O *numerus clausus* foi fixado em 10 e os alunos admitidos foram:

Ana Paula J. Santana
Armando D. Silva Gonçalves
Joaquim Filipe C. Machado
Margarida Maria F. Saraiva
Maria Celeste A. Gouveia
Maria Helena S. Almeida
Maria Madalena A. Correia
Maria Teresa P. Lima
Olga Maria S. Azenhas
Rui Manuel de Almeida

A Prof. Maria Emília Miranda (Univ. de Coimbra) desloca-se a Espanha de 12 a 18 de Dezembro a fim de fazer algumas conferências no Colégio Universitário de Alava (Vitória).

De 4 a 7 de Outubro esteve no Dep. de Matemática da Univ. de Coimbra o Prof. Shmuel Friedland, da Univ. Hebraica de Jerusalém (Israel). Dentro das actividades do Grupo de Álgebra Linear e Aplicações, fez três conferências, intituladas "Simultaneous similarity of matrices", "On noncrossing rules" e "Eigenvalue inequalities for products of matrix exponentials".

Apesar do adiamento do Congresso Internacional de Matemáticos - ICM 82 (ver CONTACTO nº 6), a 9ª Assembleia Geral da União Matemática Internacional reuniu, como previsto, em Varsóvia (Polónia), em 8 e 9 de Agosto passado. Nessa reunião foram atribuídas as medalhas Fields (ver artigo neste nº do CONTACTO) e confirmou-se a realização do ICM em Varsóvia, de 16 a 24 de Agosto de 1983.

Mais um industrial sueco acaba de deixar o seu nome para a posteridade: trata-se de Holger Crafoord, um industrial de pasta de papel que acaba de instituir os prémios Ana-Greta e Holger Crafoord; estes prémios destinam-se a investigação em ciências puras não abrangidas pelos prémios Nobel; entre estas contam-se e Geologia, a Biologia, a Astronomia e a Matemática. Os prémios serão atribuídos todos os anos, sendo a escolha dos premiados feita pela Real Academia Sueca das Ciências e a sua atribuição feita pelo rei da Suécia; cada prémio é de cerca de 800 000 coroas suecas (cerca de 12 000 000\$00) metade das quais se destina ao premiado e a outra metade ao desenvolvimento da investigação na Suécia, em cada uma das respectivas áreas.

Os prémios foram atribuídos pela primeira vez este ano; os prémios de Matemática foram atribuídos a V.I. Arnol'd (Moscou) e L. Nirenberg (Nova Iorque).

Conforme noticiado no último nº do CONTACTO, a equipa da República Federal da Alemanha foi a vencedora das Olimpíadas Internacionais de Matemática de 1982. A competição, que já vai na sua 23ª edição, teve lugar em 9 e 10 de Julho passado, em Budapeste (Hungria). A equipa vencedora conseguiu 145 pontos, sendo o máximo possível 168. Em segundo lugar classificou-se a União Soviética, com 137. Em terceiros, os Estados Unidos e a República Democrática da Alemanha, com 136. Em quinto e sexto, respectivamente, ficaram o Vietname, com 133, e a Hungria, com 125. As equipas eram constituídas por quatro jovens, enquanto que em anteriores edições a norma foi oito. Enunciamos a seguir um dos problemas propostos no concurso: "A função $f(n)$ está definida para todos os inteiros positivos n e toma valores inteiros não-negativos. Além disso, para todos os m e n , $f(m+n) - f(m) - f(n) = 0$; $f(2) = 0$; $f(3) > 0$; $f(9999) = 3333$. Determinar $f(1982)$."

No nº de Novembro do "Jornal da Educação" vem uma desenvolvida reportagem sobre o V Encontro Regional do Centro da S.P.M. e a actividade da Delegação.

Nos dias 3 e 4 de Novembro decorreram na Univ. de Coimbra as provas de doutoramento de Maria Emília Fernandes Miranda. A candidata foi aprovada por unanimidade com distinção e louvor.

Foram arguentes da tese, intitulada "Sobre valores singulares de matrizes complexas", os Professores J.J. Dionísio (Univ. de Lisboa) e Graciano N. de Oliveira (Univ. de Coimbra), e da mini-tese, intitulada "Domínios de Gerschgorin para matrizes fraccionadas", o Prof. Luis de Albuquerque (Univ. de Coimbra).

Os Drs. Carlos A.D. Gamas e Ernesto Q.V. Martins (Univ. de Coimbra) efectuaram um estágio no Institut de Mathématiques Appliquées de Grenoble (França) de 15 de Setembro a 15 de Outubro.

Deslocaram-se a Espanha, respectivamente de 8 a 12 e de 22 a 26 de Novembro, os Drs. Natália Providência e Costa e João Filipe Queiró (Univ. de Coimbra), a fim de fazerem alguns seminários no Colégio Universitário de Alava (Vitória).

(continua na pág. 2)

O MUNDO DA MATEMÁTICA

O QUE É A MEDALHA FIELDS

por

Antônio Leal Duarte

(Assistente no Dep. de Matemática da F.C.T.U.C.)

Mais uma vez este ano, foi notícia nos órgãos de informação a atribuição dos vários prêmios Nobel: da Física, da Química, da Medicina e Fisiologia, da Literatura, da Paz e da Economia. Então... e a Matemática? Não contribuirá também esta ciência para o progresso e bem estar da Humanidade? Por que razão não haverá um prêmio Nobel da Matemática?

Quanto à última questão, o facto de Alfred Nobel não ter instituído um prêmio Nobel de Matemática é geralmente relacionado com as más relações existentes entre ele e Gösta Mittag-Leffler, um dos maiores matemáticos suecos de então e que seria um sério candidato a um Nobel de Matemática (segundo se diz essas más relações seriam devidas a uma relação amorosa existente entre a Senhora Nobel e Mittag-Leffler). Estamos no entanto no domínio da especulação pois as razões da não existência de um tal prêmio não são de facto conhecidas. Aliás seria muito difícil a instituição de um prêmio em cada uma das actividades humanas que contribuem para o progresso e bem estar do Homem (re cordemos, por exemplo, que também não existem prêmios Nobel de Engenharia, Música ou Pintura).

Há porém diversos prêmios para contemplar os responsáveis pelos grandes avanços no campo da Matemática, dos quais o mais importante (e um dos mais valiosos) é sem dúvida a Medalha Fields, tida como equivalente, para a Matemática, do Prêmio Nobel (1). É sobre ela e sobre o seu fundador, J.C. Fields, que nos propomos escrever algumas palavras.

John Charles Fields, nascido em 1863 e falecido em 1932, foi um distinto matemático canadiano, professor da Universidade de Toronto e autor de importantes trabalhos sobre a teoria das funções algébricas (como curiosidade registre-se que J.C. Fields era sócio correspondente do Instituto de Coimbra).

Foi, no entanto, pelas suas capacidades administrativas e de organização que Fields mais se distinguiu: de facto, a ele se ficou a dever a instituição de cursos de pós-graduação (então praticamente inexistentes na América do Norte) na Universidade de Toronto e a organização da investigação na mesma Universidade. Uma das suas principais realizações foi a organização do "Congresso Internacional de Matemáticos" em Toronto em 1924. Congressos com este nome vinham sendo organizados, com grande sucesso, desde 1897 com uma periodicidade de aproximada de quatro anos, só interrompida com a I Grande Guerra. Em 1919 fora precisamente criada a União Matemática Internacional (IMU) com o fim de supervisionar a realização desses congressos. Dessa União foram, no entanto, excluídos os matemáticos oriundos das potências derrotadas (estando portanto também impedidos de participar nos congressos internacionais) facto que (pelo menos em 1924) não agradava a muitos matemáticos, entre os quais o próprio Fields. Foi aliás aprovada no congresso de Toronto uma proposta no sentido de no congresso seguinte poderem participar matemáticos de todos os países do mundo; de facto, David Hilbert, entre outros, já pôde estar presente em Bolonha em 1928.

Voltando a Toronto, a actividade de J.C. Fields na organização do congresso foi de facto extraordinária: quer na obtenção de subsídios, quer na preparação e execução do programa, quer ainda na publicação das actas. Depois de publicadas estas, em 1928, verificou-se ao serem encerradas as contas que a organização do congresso dispunha de um saldo positivo substancial. É com esses fundos que Fields propõe a criação de um prêmio internacional de Matemática, a ser atribuído aquando da realização dos congressos internacionais; tendo em vista a discussão desta proposta, Fields realiza várias viagens pela Europa estabelecendo contactos com os maiores matemáticos de então e preparando a sua apresentação no Congresso Internacional de Zurique em 1932. Fields morreu porém meses antes da realização do congresso; no seu testamento deixa uma soma considerável de dinheiro para a criação de um prêmio destinado a galardoar os autores de descobertas importantes no campo da Matemática, qualquer que fosse a sua nacionalidade, e a constituir um incentivo para novas descobertas; o nome desse prêmio não deveria de forma alguma ficar relacionado com nenhum país, instituição ou pessoa (este ponto não foi seguido à risca pelos executores testamentários); Fields havia proposto simplesmente o nome de Medalha Internacional.

Foi este dinheiro, juntamente com o que havia crescido do congresso de Toronto, que permitiu a criação das Medalhas Fields, cujos estatutos foram de facto aprovados pela I.M.U. durante o congresso de Zurique; foi também logo nomeada uma comissão encarregada de escolher os primeiros premiados, comissão essa constituída por George D. Birkhoff, Caratheodory, E. Cartan, Severi e Takagi.

Para além da importância monetária que os premiados deveriam receber foi também mandada fazer uma medalha em ouro para lhes ser entregue; a medalha, da autoria do escultor canadiano R. Tait McKenzie apresenta numa das faces uma efígie representando Arquimedes, rodeada da seguinte inscrição: "Transire suum pectus mundoque potiri" (transcender as limitações humanas e conquistar o Universo) do poeta latino Manilius; a outra face apresenta ao centro a seguinte inscrição: "Congregati ex toto orbe mathematici ob scripta insignia tribuere" (Matemáticos vindos de todo o mundo concedem esta insígnia em reconhecimento de notáveis contribuições para o Saber). Esta inscrição sobre põe-se sucessivamente a um ramo de loureiro e a um diagrama de uma esfera inscrita num cilindro (deve-se a Arquimedes o estudo das relações entre um cilindro e uma esfera nele inscrita).

A primeira entrega das medalhas foi feita em 1936 durante o congresso de Oslo, só voltando a ser concedidas em 1950 devido à interrupção provocada pela II Grande Guerra na sequência dos Congressos Internacionais.

Apresentamos a seguir uma lista de todos os premiados com a Medalha Fields bem como do local da realização dos congressos em que essas Medalhas foram concedidas.

- 1936 - OSLO : L. Ahlfors (Fin.); J. Douglas (E.U.A.).
- 1950 - CAMBRIDGE, E.U.A.: L. Schwartz (França); A. Selberg (Suécia).
- 1954 - AMSTERDÃO: K. Kodaira (Japão); J.-P. Serre (França).

CONFERÊNCIA RUY LUIS GOMES (continuado da pág. 1)

Assim, neste mesmo ano e em conjunto com outros companheiros (igualmente doutorados⁽¹⁾) participou na criação do Núcleo de Matemática, Física e Química destinado a promover actividades de investigação nesses ramos da Ciência.

No ano imediato (1937) começa a editar, com a cooperação de Hugo Ribeiro, Silva Paulo e Zaluar Nunes, a revista *Portugaliae Mathematica*, que ainda hoje é o único periódico português exclusivamente consagrado à pesquisa matemática.

Em 1939, e sob a sua direcção, começa a funcionar o Seminário de Análise Geral, primeiro na Faculdade de Ciências e depois no Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, do Instituto de Alta Cultura.

E o que era o Seminário de Análise Geral?

Segundo palavras suas tratava-se de iniciar um grupo de jovens no estudo das matemáticas modernas.

Entre os seus discípulos deste período podem destacar-se José Sebastião e Silva (que ele viria a considerar o maior matemático português) e Hugo Baptista Ribeiro.

Em 1940 é António Monteiro um dos principais animadores da Sociedade Portuguesa de Matemática, de que foi eleito Secretário Geral para o primeiro biénio e faz parte, com Bento Caraça, J. Paulo, Hugo Ribeiro e Manoel Zaluar, do grupo de fundadores da *Gazeta de Matemática* — revista destinada especialmente a estudantes — que chegou a ter grande divulgação nas nossas Escolas Superiores e Secundárias.

Estas realizações e os contactos directos que já havíamos tido com António Monteiro traduziram-se em novos estímulos para a nossa própria actividade.

Pelo que me diz respeito, o primeiro contacto prolongado que tive com António Monteiro, resultou de ter aceite o convite do Núcleo de Matemática, Física e Química para fazer, em Lisboa, algumas palestras sobre Teoria da Relatividade (mais tarde publicadas no volume "Relatividade Restrita", da colecção do Núcleo).

Pelo que respeita a Neves Real, que participou desde o início no processo da organização do Centro de Estudos Matemáticos no Porto, o primeiro grande contacto com António Monteiro, resultou de ter ido assistir a várias sessões do Seminário de Análise Geral, em Lisboa.

Foi em 11 de Outubro de 1941 que dirigimos um ofício ao Prof. Celestino da Costa, então Presidente do IAC (Secção de Ciências) em que formulámos o pedido para a formação do *Centro de Estudos Matemáticos do Porto*.

Argumentávamos na base de que um Centro seria o meio natural de integrar e desenvolver as actividades já em curso e, ao mesmo tempo, assegurar melhores condições de trabalho para todos os interessados, mas em primeiro lugar para os Assistentes, que, nessa altura, tão sobrecarregados estavam de serviço docente.

Citávamos, neste ofício, o caso concreto do então Assistente Manoel Pereira de Barros, que, apesar de ter demasiado serviço docente e grandes encargos de família, já tinha revelado extraordinária vocação para a pesquisa em Astronomia.

Sem perda de tempo e na preocupação de prosseguir na renovação dos cursos de Matemática é de Física, conseguimos que a Secção de Matemática além de António Monteiro, convidasse também Manoel Valadares para realizar conferências na Faculdade de Ciências.

E assim, em Novembro de 1941, tiveram lugar as duas seguintes conferências: *Introdução à Topologia Geral* por António Monteiro e *Novos Elementos da Família do Rádio* por Manoel Valadares. Estas conferências, no ambiente que então se vivia na Faculdade de Ciências do Porto, mostravam novos capítulos da ciência que a Escola continuava a ignorar e que se impunha estudar e ensinar; representaram um forte estímulo para prosseguirmos no movimento de actualização científica que iniciámos no Porto.

Pouco depois, em 18 de Fevereiro de 1942, é já o IAC, por intermédio do Secretário Geral, que se dirige ao Director do Centro de Estudos Matemáticos do Porto, pedindo o plano de trabalhos a realizar nesse ano, o que nós consideramos naturalmente como a oficialização do Centro, uma vez que o chamado Ministério da Educação de então sempre fingira desconhecer esta nossa actividade.

Esse plano (que se encontra arquivado, como tantos outros documentos, num volumoso dossier carinhosamente conservado durante quarenta longos anos pelo nosso mais antigo colaborador e querido amigo, Luis Neves Real) esse plano — dizia — já continha os projectos de trabalho de seis pessoas ligadas ao Centro — António Monteiro, António Almeida Costa, Alfredo Pereira Gomes, Manoel Pereira de Barros, Luis Neves Real e Ruy Luis Gomes.

Foi a partir deste grupo de colaboradores que o Centro de Estudos Matemáticos do Porto iniciou a sua aventura. E tenho uma especial satisfação em vos dizer que os temas escolhidos, ou melhor, os temas em que trabalhávamos, eram alguns dos que figuravam na linha da frente da matemática de meados do século XX; são alguns dos temas mencionados no artigo de H. Weyl, intitulado *A Half Century of Mathematics The American Mathematical Monthly*, vol. 58, Nº 8, Oct. 1951.

Paralelamente às actividades de pesquisa de cada um dos seus elementos, procurou o Centro interessar os jovens pela actividade científica e assim surgiram cursos livres como: *Teoria dos Grupos e suas Aplicações à Física Quântica* por A. Almeida Costa; *Cálculo Tensorial e Algumas Aplicações* por Manoel Gonçalves Miranda. Assim surgiu o curso de António Monteiro *Introdução à Teoria da Função Contínua*, mais tarde publicado, depois de completamente refundido por Alfredo Pereira Gomes. E assim surgiram também duas palestras de António Monteiro sobre 1. *Geometrias Finitas*: Plano euclídeano finito (com 4 ou 9 pontos). Espaço euclídeano a 3 dimensões com 8 pontos. Axiomas de Geometria e a noção de isomorfismo. Sistemas categóricos e não-categóricos. 2. *Álgebra Finita e Geometria Analítica*: Álgebra dos pares e dos ímpares. Leituras dum relógio. Anéis, domínios de integridade e corpos finitos. Extensão algébrica de um corpo. Representação plana de um corpo de 4 números complexos. Relações entre a Álgebra e a Geometria Finita.

Estas palestras, que se destinavam a um público muito amplo, deveriam levar à criação, no Porto,

(1) - Alguns nomes: Manoel Valadares, Marques da Silva, António da Silveira, Feres de Carvalho, etc.

CONFERÊNCIA RUY LUIS GOMES (continuado da pág. anterior)

do primeiro Clube de Matemática, se não fosse a intervenção do próprio Ministério do Interior para impedir a sua organização, tal o impacto que causaram entre os estudantes de todas as Faculdades da Universidade do Porto.

É curioso observar que, nessa época, funcionavam vários Clubes de Matemática em Lisboa, mas que foram todos encerrados logo em seguida às palestras de Monteiro no Porto. Para o Governo de então, Geometrias Finitas, Extensões Algébricas de Corpos e temas semelhantes eram altamente subversivos e punham em risco as instituições vigentes.

Pelo que respeita à Física, conseguimos que Marques da Silva, investigador da F.C.L., fizesse, no Porto, em Janeiro de 1942, duas conferências: 1) *A Materialização da Energia* e 2) *A Fissão dos Núcleos*. Estas conferências juntamente com a de Manoel Valadares em Novembro de 1941, tiveram grande influência na renovação da Física Experimental na Universidade do Porto.

Em Maio de 1942, tivemos a presença do grande Mestre Bento Caraça que realizou duas conferências notáveis subordinadas ao título geral *Aspectos do Conceito de Infinito*.

Na primeira conferências tratou do "*Aspecto Histórico*" e na segunda "*Aspecto Fisiológico e Matemático*". Estavam ainda programadas conferências e cursos de Mira Fernandes, Vicente Gonçalves e Mário Silva, mas infelizmente não chegaram a realizar-se.

No decorrer deste ano de 1942 iniciou-se a colecção *Publicações do Centro de Estudos Matemáticos do Porto*, destinada à divulgação dos trabalhos, cursos e conferências dos seus colaboradores.

Os primeiros volumes foram: nº 1 - *Elementos de Teoria dos Grupos* - A. Almeida Costa, nº 2 - *Cálculo Tensorial* - Manoel G. Miranda, nº 3 - *Grupos Abelianos e Anéis e Ideais não Comutativos* - A. Almeida Costa, nº 4 - *Sobre Grupos Abelianos* - A. Almeida Costa, nº 5 - *Sur la Possibilité d'une Cinématique Générale* - Guido Beck, nº 6 - *Sur une généralisation de l'opérateur de projection* - Ruy Luis Gomes e nº 7 - *Elementos de Teoria dos Anéis* - A. Almeida Costa, nº 8 - *Funções Contínuas* - A. Monteiro e A.P. Gomes.

Na sequência de alguns dos cursos anteriormente citados, abrangendo temas de Quântica e Relatividade, e obtida uma nova e importante colaboração, a do físico Guido Beck, começou a funcionar, sob sua direcção, o *Seminário de Física Teórica Anexo ao Centro de Estudos Matemáticos do Porto*. Neste Seminário trabalharam Rodrigues Martins, Assistente da Faculdade de Ciências de Coimbra, e Fernandes de Sá, Assistente da Faculdade de Ciências do Porto.

Sabemos que Rodrigues Martins concluiu o seu doutoramento com uma tese "*Sobre as influências da inversão do spin nos fenómenos nucleares*". Quanto a Fernandes de Sá, Guido Beck, no artigo *Field Concepts in Quantum Theory*⁽¹⁾ dá a sua tese de doutoramento "*Sur le comportement relativiste des grandeurs quantiques*", como publicada no Porto, em 1943.

Além disso, no mesmo artigo de Guido Beck, há um parágrafo todo dedicado às "*Fernandes de Sá's Relations*", o que constitui mais uma prova do valor dos resultados obtidos pelo malogrado Físico Português.

Em 1943, Guido Beck viu-se forçado a sair do Porto, chegando a ser-lhe fixada residência nas Caldas da Rainha, donde mais tarde conseguiu partir para a Argentina e lá trabalhou no Observatório de Córdoba. Mais tarde, fixou-se no Brasil, no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Rio de Janeiro, onde ainda se encontra.

O Seminário de Física Teórica passou então a ser orientado pelo Físico A. Proca, do Instituto Henri Poincaré (Paris).

Deram ainda valiosa colaboração ao Seminário, o Prof. Sarmiento de Beires e o Assistente de Física Carlos Braga.

O jovem Fernando Soares David, aluno do 3º ano do Curso de Matemática, que havia abandonado o curso de Engenharia, atraído pela actividade do CEMP, seguiu o Seminário orientado por A. Proca, durante todo o seu funcionamento, e foi aí que começou a revelar a sua vocação para Física Teórica, estudando já, com cerca de subtilidade, características simples de uma partícula fundamental com carácter não conservativo.

Entretanto, no final de 1943 ia proporcionar-se a oportunidade de António Monteiro vir para o Porto e permanecer conosco quase um ano.

Como diz António Monteiro no seu curriculum "durante o período de 1938-43 todas as minhas funções docentes e de investigação, foram desempenhadas sem remuneração; ganhei a vida dando lições particulares e trabalhando num Serviço de Investigação de Bibliografia Científica existente em Portugal, organizado pelo IAC". Em contraste flagrante com o desinteresse assim manifestado pelas autoridades responsáveis pelo ensino superior do nosso país, comportando-se como se desconhecêssem a presença em Portugal de um investigador da categoria de António Monteiro, a Faculdade de Filosofia do Brasil (Rio de Janeiro), por recomendação de Alberto Einstein, J. Von Neumann e Guido Beck, dirigia-lhe, em Setembro de 1943, um convite para assumir a cátedra de Análise Superior.

Já quando tinha decidido viajar para o Brasil, aceitando aquele convite, funda a Junta de Investigação Matemática, em colaboração com A. de Mira Fernandes e Ruy Luis Gomes.

Os objectivos da J.I.M. eram os seguintes: 1º) Promover o desenvolvimento da investigação matemática; 2º) Realizar trabalhos de investigação necessários à economia da Nação e ao desenvolvimento das outras ciências; 3º) Sistematizar e coordenar as investigações dos matemáticos portugueses; 4º) Vincular o movimento matemático português com os outros países e em especial com os países ibero-americanos; 5º) Despertar na juventude estudiosa portuguesa o entusiasmo pela investigação matemática e a fé na sua capacidade criadora.

No documento da fundação da JIM, em que estes objectivos eram proclamados, convidam-se a ingressar na Junta todos aqueles que se interessam por uma tal iniciativa.

Era, porém, evidente que, sem meios materiais, seria impossível dar realização a um programa tão ambicioso e foi precisamente com tal objectivo que um grupo de professores e antigos alunos da Faculda-

(1) *Reviews of Modern Physics*, vol. 17, nº 2 and 3, 187-194, April-July, 1945.

CONFERÊNCIA RUY LUIS GOMES (continuado da pág. anterior)

de de Ciências do Porto criou a *Dotação da Junta de Investigação Matemática*⁽¹⁾ e fez distribuir uma circular que era um apelo para recolha de fundos.

Todos nós sentíamos as dificuldades de uma tarefa deste tipo, mas surgiu logo, o Dr. António Luis Gomes, que, entusiasmado com o nosso idealismo e com o alcance do projecto, se lançou apaixonadamente numa campanha de recolha dos necessários meios materiais. Dirigindo-se a amigos seus, conseguiu rapidamente o total, impressionante para a época, de 51.000 escudos. Meu irmão, António Luis Gomes, "Homem de Diálogo, da Solidariedade e Da Inteligência Partilhadas", no dizer de Fernando Namora, que tornou possível o nosso ambicioso projecto.

Em Dezembro de 1943, António Monteiro desloca-se para o Porto com a Família e aí permanece, durante quase um ano, contratado pela Junta de Investigação Matemática e não pela Universidade do Porto ou por qualquer outra instituição oficial.

Com a presença de António Monteiro e obtidas as possibilidades materiais de que já vos falei, novas iniciativas se tomaram, por exemplo, as actividades ligadas ao que nós chamamos *Colóquios de Análise Geral*. Tais actividades compreendiam três sectores: - *Álgebra Moderna*, sob a direcção de A. Almeida Costa - *Topologia Geral*, sob a direcção de António Monteiro - *Teoria da Medida e Integração*, sob a direcção de Ruy Luis Gomes.

Colaboraram também: Alfredo Pereira Gomes, Luis Neves Real, José Morgado, Laureano Barros, Rui Verdial, J. Gaspar Teixeira, Odete Botelho e M. Helena Ferreira.

Algumas das exposições e resultados originais foram publicados numa nova colecção *Cadernos de Análise Geral* tudo subsidiado pela JIM.

Estas publicações, com uma regularidade pouco habitual entre nós, tiveram apreciável repercussão em Portugal e no Brasil. Chegaram inclusivamente até nós pedidos de bolsas, vindos do Brasil, como foi o caso do jovem Elon Lages Lima, hoje um destacado matemático brasileiro.

Foi também neste ano que Alfredo Pereira Gomes, então Assistente da F.C.P., iniciou, sob a orientação de António Monteiro, o trabalho da preparação para o doutoramento.

Doutorou-se efectivamente em Julho de 1946 com uma tese intitulada *Introdução ao Estudo da Noção de Funcional em Espaços sem Pontos*. O doutoramento de A. Pereira Gomes foi um acontecimento importante como afirmação da sua capacidade científica. E também revelava como eram fundamentadas as esperanças postas na orientação que imprimíramos à actividade do Centro de Estudos Matemáticos do Porto. Pereira Gomes pôde, apesar de tudo, prosseguir a sua carreira científica, graças a uma bolsa de *Attaché de recherches*, concedida pelo CNRS, para o período 1947-48.

*

Num plano de divulgação muito mais amplo, de autêntica extensão universitária, e em concordância com objectivos esboçados logo em 1942: — integrar os problemas da matemática no movimento geral da Ciência, numa primeira tentativa de sistematização das íntimas relações que hoje existem entre os três domínios Matemática, Física e Biologia (*Gazeta de Matemática*, ano III, nº 9, Jan-42); — foram publicada pela JIM, nos anos de 1944-1945, as seguintes dez palestras:

PALESTRAS DA JIM

lidas ao microfone de Rádio Clube Lusitânia
Porto

O Valor Social da Investigação Científica, por Ruy Luis Gomes; *Os Objectivos da Junta de Investigação Matemática*, por António Monteiro; *A Investigação Científica ao Serviço da Saúde*, por Corino de Andrade; *A Investigação Científica e a Defesa da Produção Vegetal*, por Branquinho de Oliveira; *A Investigação Científica nas Ciências Sociais*, por Fernando Pinto Loureiro; *A Investigação Científica em Biologia e sua Importância Prática*, por José Antunes Serra; *A Investigação Científica e o Ensino*, por António Júdice; *A Investigação Científica ao Serviço da Economia*, por Armando de Castro; *A Universidade e a Investigação Científica*, por Carlos Teixeira; *Investigação Científica e Agricultura*, por Flávio Martins.

Foram todas estas palestras lidas pelos seus autores ao microfone de um posto emissor particular — *Rádio Clube Lusitânia* — no Porto, gentilmente e corajosamente cedido pelo Sr. Júlio Nogueira (seu proprietário), que pudemos abordar por intermédio da Dr.^a Alcinda Delgado. Pomos aqui em destaque a coragem do Sr. Nogueira, pois, naquela época de censura e pida, era preciso muita coragem para nos dar acesso ao seu posto emissor e nos permitir, portanto, comunicar com a população do Porto.

De todas as palestras, tenho particular interesse em destacar *A Investigação Científica ao Serviço da Saúde* do médico e investigador Corino de Andrade.

E porquê este interesse?

Porque, de certo modo, está na base de uma criação recente, que só, de facto, poderia ter lugar no período heróico e imaginativo do 25 de Abril — a criação do *Instituto de Ciências Biomédicas* ABEL SALAZAR. Foi assim transformado em realidade um sonho de há 30 anos!

Parece que estou a ouvir as palavras de Corino de Andrade ao terminara sua palestra ao microfone de Rádio Lusitânia, no dia 10 de Junho de 1944: "Nós, portugueses, encontramos hoje como os outros povos numa encruzilhada histórica. Temos que, desde já, começar a preparar-nos para as tarefas que vão surgir; elas vão exigir do nosso povo, resistência física e moral...."

Temos de criar progressiva e cuidadosamente as condições necessárias para a organização de centros da investigação de estudos médicos, centros que sejam focos de trabalho criador e não cemitérios onde só se ouvem orações fúnebres".

(1) Ver notícia na *Gazeta Matemática*, Ano V - Nº 20, pg. 33,19

(continua na pág. seguinte)

CONFERÊNCIA RUY LUIS GOMES (continuado da pág. anterior)

Foi nesse espírito que o Instituto Abel Salazar se concebeu e é neste espírito que se está afirmando nos dias de hoje, tendo já reunido um notável grupo de investigadores, distribuídos por vários departamentos — Bioquímica, Imunologia, Genética Molecular, Biofísica, Saúde com associação de Morfologia Histologia, e Biomática (em formação).

Em 1945, António Monteiro segue finalmente para a Universidade do Rio de Janeiro, o que representou uma grande perda para a actividade matemática no País e muito especialmente para o Centro de Estudos Matemáticos do Porto.

Antes de partir, ainda pôde colaborar connosco em todo um plano de organização do Centro, em que o pessoal era inserido num quadro geral de investigadores distribuídos por categorias conforme sua produção científica.

Mas um tal estudo nunca recebeu qualquer apoio do IAC.

Entretanto, os companheiros de Monteiro que ficaram em Portugal, continuaram a resistência, persistiram no trabalho, sentindo que era esta a única forma da sobreviver cientificamente, face ao desinteresse e perseguições do Estado Novo. A actividade matemática não parava e assim, sobretudo pela acção de Zaluar Nunes, continuava-se a publicação das revistas, *Portugaliae Mathematica* e *Gazeta de Matemática*, e, por exemplo, em 1945-1946, a convite da Sociedade Portuguesa de Matemática, realizaram-se em Lisboa duas séries de conferências: **1** — *Alguns Aspectos Actuais da Matemática na Física*. António de Almeida da Costa — *Álgebras e Mecânica Quântica* 1) *Os Grupos de representação em Quântica*; 2) *Representação das Álgebras*. Luis Neves Real: *Teoria da Medida e Mecânica Clássica*. 1) *Transformações que conservam a Medida*. 2) *Ergodicidade e transitividade métrica*. Alfredo Pereira Gomes: *Topologia e Ergodicidade*: 1) *A definição de uma Topologia*; 2) *Automorfismos ergódicos como sub-conjuntos de um grupo topológico*. Ruy Luis Gomes: 1) *Espaços de Hilbert e Mecânica Quântica*, 2) *Teoria da Medida e Mecânica Quântica*. **2** — *Conferências realizadas em Junho de 1946 no Liceu Pedro Nunes: Dos números naturais aos números reais* — por A. Andrade Guimarães; *Dos números racionais aos números naturais*, por L. Neves Real. Estas conferências foram publicadas no Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática (Vol. 1, 1947-1951, Lisboa) e precedidas de umas *Breves Notas Históricas*, por L. Neves Real.

Estavam projectadas mais duas conferências, por Neves Real e Laureano Barros, mas o Ministério da Educação expediou uma circular proibindo a realização destas conferências em qualquer estabelecimento dependente daquele ministério!

Também em 1945 e graças a uma bolsa concedida pela JIM — o IAC nunca lhe concedera qualquer bolsa — José Morgado teve possibilidade de preparar a 2.^a edição do Caderno intitulado "Grupos", da Coleção da Álgebra Moderna da JIM.

Ainda em 1945, o estudante do 4.^o ano de Matemática, Fernando Soares David, de que já tivemos ocasião de falar, conquista em concurso público o Prémio Nacional de Francisco Gomes Teixeira, com um trabalho intitulado "*Sobre a Comutabilidade de Operadores com Espectros Contínuos*". Foi esta a primeira vez que o prémio Nacional Gomes Teixeira foi concedido e, por isso, a sua repercussão foi muito grande.

Numa entrevista que o "Diário de Lisboa" de 24/12/45 publicou sob o título "O Laureado do Prémio Dr. Gomes Teixeira fala-nos das deficiências do ensino da matemática em Portugal", Fernando Soares David afirmou: "Para mim o curso superior foi uma decepção quase total. Não encontrei aí programas actualizados, salvo uma ou outra excepção, nem estímulo à iniciativa pessoal e à investigação, nem tempo para estudar, com os dias sobrecarregados de aulas práticas de manhã à noite.

O que a Universidade me não deu — e que era indispensável para completar as raras técnicas clássicas, quasi sempre imperfeitas, nela adquiridas, fui encontrar no Centro de Estudos Matemáticos do Porto!

Dadas as qualidades que F. Soares David já tinha revelado no Seminário da Física Teórica, dirigido por A. Proca, propusemo-lo em 1946, concluída a sua licenciatura, para uma bolsa no estrangeiro, a fim de se preparar para o doutoramento em Física Teórica, especialmente Física Nuclear. Concretamente, em 29/1/46, na resposta a um officio do Secretário Geral do IAC, solicitámos uma bolsa em um dos seguintes Institutos Científicos:

Dublin — Institut for Advanced Studies, sob a orientação de Schrödinger ou Heitler

Chicago — Instituto da Investigação do Núcleo Atómico, sob a direcção de Fermi ou Urey

Zurich — Escola Técnica Federal, sob a direcção de Wentzel.

Infelizmente, tal bolsa nunca lhe foi concedida e Fernando David teve de dar um rumo diferente à sua vida, regressando ao curso de engenharia e abandonando o caminho que nós e ele desejávamos: a pesquisa em Física Teórica.

Nem o regime nem a Universidade do Porto, de então, lhe perdoaram as verdades amargas que ele disse na sua entrevista ao Diário de Lisboa. Fracassou também por completo o projecto de contratar o notável matemático (mat. aplicada) F. Polaczek, que me havia sido recomendado por Guidó Beck e que desejava imenso abandonar a Alemanha nazi e vir trabalhar no nosso País. Foi mais uma bellissima oportunidade desprezada pelos responsáveis do MEN e IAC e nem sequer os sensibilizou a circunstância de F. Polaczek que então prestava serviço nos Correios de Berlim, poder vir para Portugal com uma dupla missão — colaborar com os CTT e com o CEMP, de acordo com um projecto nosso.

Alguns dos casos que apontei e outros poderiam citar-se, mostram quanto o nosso País perdeu nos vários domínios científicos, em consequência de o governo facista não permitir a fixação em Portugal, dos matemáticos, físicos e outros cientistas, que se viram forçados a fugir da Europa ocupada pelos nazis.

Pelo que respeita ao Centro de Estudos Matemáticos do Porto, o regime fascista conseguiu afastar, por processos diversos, os seguintes colaboradores: *Guidó Beck*; *A. Proca*; *António Monteiro*; *Alfredo Pereira Gomes*; *F. Polaczek*; *Fernando Soares David*; *Jorge Delgado*; *Laureano Barros*; *Ruy Luis Gomes*.

Falta aqui o nome de Luis Neves Real, colaborador do Centro desde o seu início, mas que começou muito antes, a sofrer a perseguição do fascismo. Foi afastado da Universidade do Porto, como estudante e como assistente, em 1934, por ter afirmado publicamente a sua solidariedade a Abel Salazar.

(continua na pág. seguinte)

Como todos certamente sabem, em 1947, o fascismo desencadeou uma grande ofensiva contra a Universidade Portuguesa, afastando do ensino universitário Bento Caraga, Azevedo Gomes, Pulido Valente, Fernando Fonseca, Ferreira de Macedo, Peres de Carvalho, Ruy Freire, Morbey Rodrigues, Dias Amado, Zaluar Nunes, José Morgado, Mário Silva, Manoel Valadares, Marques da Silva, Armando Gibert, entre os quais se encontravam colaboradores do Centro.

É claro que o Centro ficou praticamente desfeito e Neves Real como afirmação de protesto pela perseguição a professores e assistentes, não mais aceitou trabalhos na Universidade do Porto, a não ser depois do 25 de Abril.

Desfeito o Centro continuava a JIM e assim fomos mantendo algumas actividades, entre as quais, cursos realizados em casa de Neves Real, que passou a chamar-se simbolicamente "Universidade da Rua do Almada".

Em 1949-50 organizámos um concerto no cinema Batalha (Porto) — uma primeira audição de uma sonata de F. Lopes Graça, cujo rendimento da bilheteira foi para subsidiar a revista *Portugaliae Mathematica*.

Em 1952 publiquei, ed. da JIM, um vol. *Integral de Lebesgue Stieltjes* (integral em espaços localmente compactos).

Em 1954, Morgado, então preso na pida - Rua do Heroísmo, Porto, começou a redigir *Teoria dos Retículos* (ed. pela JIM em 1957) quando ainda estava preso - pida - Santa Cruz do Bispo.

No mesmo ano de 1954 e naquela mesma prisão, comecei a ler a obra de Sampaio Bruno "Brasil Mental", troquei depois pontos de vista com Neves Real, durante as suas visitas, e daí veio a resultar um trabalho elaborado por Neves Real e por ele apresentado ao Congresso Nacional de Filosofia, em Braga, em 1955, sob o título "*De Poincaré ao Intuicionismo actual na Crítica dos Fundamentos da Matemática, Reflexos no pensamento Filosófico e Matemático Portugueses*".

É evidente que no quadro repressivo descrito nas páginas anteriores, era impossível prosseguir nas "tentativas de criar no Porto uma Escola Matemática".

Mas a experiência acumulada nesses anos de trabalho entusiástico e fecundo, era um património precioso e nele nos apoiamos para retomar o projecto de uma Escola Matemática, após a saída do País em Setembro de 1958.

Estive primeiro na Argentina, no Instituto de Matemática da Universidade Nacional del Sur, a convite de António Monteiro, com quem tive possibilidade de colaborar e de adquirir umas experiências nos domínios do ensino e da pesquisa.

Em Fevereiro de 1962, radiquei-me finalmente no Brasil, como professor da Universidade Federal de Pernambuco, por iniciativa dos companheiros portugueses, que já lá se encontravam a trabalhar em Matemática: Alfredo Pereira Gomes e Manoel Zaluar Nunes desde 1954 e José Morgado, desde 1960.

Nas páginas seguintes faremos uma breve informação sobre o que foi o trabalho colectivo para a criação de um bom Departamento de Matemática no Recife.

As actividades de pós-graduação no Departamento de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), iniciaram-se com a criação, em 1954, do Instituto de Física e Matemática, posteriormente desmembrado em Instituto de Física e Instituto de Matemática.

A Secção de Matemática daquele primeiro Instituto, foi dirigida desde a sua fundação pelos nossos companheiros Alfredo Pereira Gomes e Zaluar Nunes que Luis Freire tinha ido convidar a Paris, onde então se encontravam a trabalhar. Estes nossos companheiros desenvolveram uma obra de grande valor — a base para o estabelecimento, no Recife, do ensino pós-graduado de matemática.

Deve-se a Pereira Gomes, além de uma notável acção no domínio da formação de pessoal docente universitário, nomeadamente, a descoberta de vocações matemáticas a criação de uma colecção, *Textos de Matemática*, onde a seu convite, publicaram trabalhos, matemáticos da categoria de Godement, Bruhat e Chern. Os matemáticos brasileiros M. Perdigão e Carmo, Roberto Ramalho e Wolmer Vasconcelos fizeram a sua iniciação com Pereira Gomes. Foi também da sua iniciativa a vinda ao Recife de Matemáticos como F. Trêves e Laurent Schwartz. Deve-se a Zaluar Nunes a instalação no Recife, dos cursos de Análise Numérica, Probabilidades e Estatística, cursos que repetiu em várias Universidades do Brasil.

Em 1960, José Morgado sai de Portugal e vai juntar-se a Zaluar Nunes e A. Pereira Gomes, que ainda trabalhavam no antigo Instituto de Física Matemática, e aí têm finalmente possibilidade de se dedicar, em regime de tempo integral, ao ensino e pesquisa em Álgebra.

Em 1962, alguns meses após a minha ida para o Recife, Pereira Gomes vai ocupar um lugar de Professor Convocado na Universidade de Nancy e, poucos anos depois, Zaluar Nunes regressa a Portugal, por doença, e ficamos, Morgado e eu, com a responsabilidade da orientação do ensino, graduado e pós-graduado no Instituto de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco.

Em 1963, José Morgado, promove uma remodelação profunda de curso de graduação. Neste mesmo ano seguimos a ida para Recife de António Brotas que trabalhou sobretudo no Departamento de Matemática da Escola de Engenharia e no Sector de Física do Instituto de Física e Matemática.

António Brotas foi preso após o golpe militar de 1964 e viu-se assim forçado a sair do Recife, nesse mesmo ano, deixando entre os seus alunos um nome excepcional, como professor e como amigo e orientador.

Em 1967 iniciámos, Morgado e eu, o curso de Mestrado com dois alunos recém formados. Em 1968, éramos já quatro professores, pois haviam regressado dos Estados Unidos, do Courant Institut (New-York) Fernando Cardoso e Roberto Ramalho; e o número de alunos de pós-graduação sobe nesse ano para 15.

Em 1970, o departamento de Matemática é reconhecido pelo Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico como Centro de Excelência para o Mestrado.

A Biblioteca da Matemática possui actualmente cerca de 20.000 volumes.

O Sector de Publicações, por nós fundado, mantém os seguintes títulos: *Textos de Matemática - fundado por Pereira Gomes e por nós continuado. Notas e Comunicações de Matemática - (pre-prints) fundados*

(continua na pág. seguinte)

CONFERÊNCIA RUY LUIS GOMES (continuado da pág. anterior)

por José Morgado e por Ruy Luís Gomes. Notas do Curso, Teses de Mestrado, colecção iniciada pelos colegas de I.M., já depois do nosso regresso a Portugal.

O corpo docente do Departamento de Matemática ligado às Actividades de Pós-Graduação tem 26 professores, 17 dos quais doutorados.

O leque de matérias que figuram no catálogo da pós-graduação, abrangem; Análise Funcional, Geometria Algébrica, Equações Diferenciais Ordinárias, Equações Diferenciais Parciais, Geometria Diferencial, Variáveis Complexas e Combinatória. Quase todos aqueles 26 professores iniciaram as suas especializações com algum ou alguns de nós quatro — Zaluar Nunes, Pereira Gomes, José Morgado e eu.

E temos muito gosto em recordar que entre os primeiros doutorados figuram matemáticos como M. Perdigão do Carmo, Wolmer Vasconcelos, Fernando Cardoso e Roberto Ramalho, todos nordestinos, o primeiro, Professor Titular no IMPA-Rio de Janeiro, o segundo, Professor Titular em Rutgers (USA) e os dois últimos Professores titulares em Pernambuco.

A concluir, é com muita emoção, que, 40 anos depois vos posso afirmar que foi em Pernambuco, no Nordeste Brasileiro, que as nossas tentativas ligadas ao CEMP, acabaram por se concretizar numa Escola de Matemática. Na verdade, o Departamento de Pós-Graduação da Universidade Federal de Pernambuco é hoje considerado como um dos três ou quatro melhores centros de Matemática do Brasil!

Porto, Setembro de 1982

MEDALHA FIELDS (continuado da pág. 7)

- 1958 - EDINBURGO: K. Roth (Alem.); R. Thom (França).
 1962 - ESTOCÓLMO: L. Hörmander (Suécia); J. Milnor (E.U.A.).
 1966 - MOSCOVO: M. Atiyah (Ingl.; de origem libanesa); P. Cohen (E.U.A.).
 A. Grothendieck (apátrida); S. Smale (E.U.A.).
 1970 - NICE: A. Baker (Ingl.); H. Hironaka (Japão); S. Novikov. (U.R.S.S.)
 J. Thompson (E.U.A.)
 1974 - VANCOUVER: E. Bombieri (Itália); D. Mumford (E.U.A.)
 1978 - HELSINKI: P. Deligne (Bélgica); C. Fefferman (E.U.A.); Margulis (U.R.S.S.); Quillen (E.U.A.).
 1982 - VARSÓVIA(2): A. Connes (França); W. Thurston (E.U.A.); S.T. Yau (China)

O anúncio dos premiados e a entrega das medalhas são sempre feitos nas sessões de abertura de cada um dos congressos, sendo essa cerimónia um dos pontos mais altos dos mesmos; a entrega das medalhas é precedida pela apresentação dos premiados e exposição dos seus principais trabalhos, feita por um dos membros da comissão encarregada da escolha dos premiados.

Apesar de ser tida como equivalente do Prémio Nobel tem a Medalha Fields diferenças notáveis em relação àquele, a primeira das quais é a sua periodicidade; outra é o montante dos prémios: nos anos anteriores a 1978 o valor monetário recebido pelos premiados foi cerca de 1500 dólares canadenses (ao câmbio actual cerca de 110 000\$00), enquanto que nessa época o valor de um Nobel já atingia 3000 contos.

Tendo em conta os desejos do seu fundador de que os prémios constituíssem um encorajamento para novas descobertas está firmemente estabelecida a tradição de a Medalha não ser atribuída a Matemáticos com mais de 40 anos, o que não acontece com o Nobel. Finalmente outra das diferenças entre os dois prémios é a publicidade que rodeia a atribuição dos Nobel, enquanto que a atribuição

das Medalhas Fields passa completamente despercebida fora do meio matemático; para isso talvez contribua, não só a diferença entre o quantitativo monetário dos dois prémios, mas principalmente a inacessibilidade da maior parte dos conceitos da Matemática aos não especialistas.



- (1) Fomos recentemente informados pelo Prof. T. Laffey (que esteve em Coimbra no Encontro Internacional de Algebra Linear) da criação de um novo prémio para Matemáticos, cujos objectivos e quantitativo seriam muito semelhantes aos do prémio Nobel: trata-se do prémio Crafoord, pela primeira vez atribuído este ano, sendo premiados os célebres matemáticos L. Niorenberg e Arnol'd (veja-se notícia neste número do CONTACTO).
 (2) Como é sabido devido à situação política na Polónia não se realizou este ano como estava previsto, estando no entanto já marcada a sua realização para o próximo ano (em Varsóvia); só então será feita a entrega das Medalhas Fields. O anúncio dos premiados foi no entanto já feito durante a reunião da Assembleia Geral da IMU em Varsóvia a 8/9/82.



BIBLIOGRAFIA

- F. Joignot: Voilà Comment les Mathématiciens Français Sont Devenus les Meilleurs, Actuel n° 36 (1982) pg. 144 e seg.
 A Short History of the Fields Medal, Math.Int.vol 1(3) (1978) pg. 127-129
 J.L. Synge: John Charles Fields, J. London Math. Soc. vol 8 (1933) pg. 153-160
 H.S. Tropp: The Origins and History of the Fields Medals, Historia Math. vol. 3(1976) pg. 167-181

CURIOSIDADES SOBRE DÍZIMAS

por
Abel Veríssimo Amaro
(5º ano de Eng. Geográfica)

Repare que:

- Há dízimas periódicas — Serão muitas?
- O período é o conjunto de números que se repete indefinidamente — Existem vários períodos?
- Tendo uma dízima — Donde provém?

Esta última é uma dúvida que me surgiu num problema de computação em que eu pretendia não uma aproximação mas sim um número exacto.

Fui então explorar este capítulo interessante que são as dízimas.

Proposição 1. Consideremos um número natural com n algarismos. O quociente entre esse número e o número formado por n algarismos todos iguais a 9 dá uma dízima periódica de período exactamente igual ao numerador.

Exemplos. $\frac{3}{9} = 0,333... = 0,(3)$

$$\frac{451}{999} = 0,451451... = 0,(451)$$

Isto é:
$$\frac{p_1 p_2 \dots p_n}{99 \dots 9} = 0, \underbrace{p_1 p_2 \dots p_n}_{n} p_1 p_2 \dots p_n$$

que se representa por $0,(p_1 p_2 \dots p_n)$ e a $(p_1 p_2 \dots p_n)$ chama-se período.

NOTA. Toda a dízima periódica pode ser expressa por uma soma infinita de parcelas. Vou dar um exemplo cuja generalização é imediata.

$$\begin{array}{r} 0,452 \\ 0,000\ 452 \\ 0,000\ 000\ 452 \\ + \dots \dots \dots \\ \hline = 0,452\ 452\ 452 \dots = 0,(452) = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} 452 (10^k)^{-3} \end{array}$$

Então

$$\frac{p_1 p_2 \dots p_n}{99 \dots 9} = 0, (p_1 p_2 \dots p_n) = \sum_{k=1}^{\infty} (p_1 p_2 \dots p_n) (10^k)^{-n}$$

Demonstração da Proposição 1.

$$\begin{aligned} \frac{p_1 p_2 \dots p_n}{99 \dots 9} &= \frac{0, p_1 p_2 \dots p_n}{0,99 \dots 9} = \\ &= 0, p_1 p_2 \dots p_n \times \\ &\times \frac{1}{1 - 0, \underbrace{00 \dots 01}_n} = \end{aligned}$$

(porque o segundo factor é a soma da série geométrica de razão $0,00\dots01$)

$$\begin{aligned} &= 0, p_1 p_2 \dots p_n \times (1 + 10^{-n} + 10^{-2n} + 10^{-3n} + \dots) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} p_1 p_2 \dots p_n (10^k)^{-n} = 0, (p_1 p_2 \dots p_n). \end{aligned} \quad \text{c.d.d.}$$

E vice-versa — qualquer dízima periódica é o resultado de um quociente em que o numerador é o período da dízima e o denominador tem todos os seus algarismos iguais a 9 (e tantos quantos os algarismos do período).

Exemplo. $0,(15487) = \frac{15487}{99999}$.

Proposição 2. Seja $m \geq n$. Então

$$\frac{p_1 p_2 \dots p_n}{9 \dots 9} = 0, \underbrace{(0 \dots 0)}_{m-n} p_1 p_2 \dots p_n$$

Exemplos. $\frac{45}{999} = 0,045045045\dots$

$$\frac{45}{99999} = 0,0004500045\dots$$

Demonstração.

$$\frac{p_1 p_2 \dots p_n}{9 \dots 9} = 10^{n-m} \times \frac{p_1 \dots p_n \underbrace{0 \dots 0}_{m-n}}{9 \dots 9} =$$

(pela proposição 1)

$$= 10^{n-m} \times 0, (p_1 \dots p_n \underbrace{0 \dots 0}_{m-n}) =$$

$$= 0, \underbrace{(0 \dots 0)}_{m-n} p_1 \dots p_n$$

c.d.d.

contacto

Nº 9

NOVEMBRO 1982

Organizaram este número: José Macha do Gil, João Filipe Queiró, Armando Gonçalves.

Delegação Regional do Centro da Sociedade Portuguesa de Matemática — Departamento de Matemática da F.C.T.U.C. - 3000 - COIMBRA

Os artigos assinados responsabilizam apenas os seus autores.