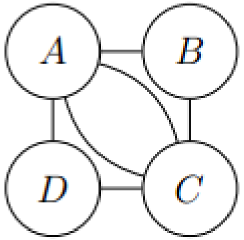
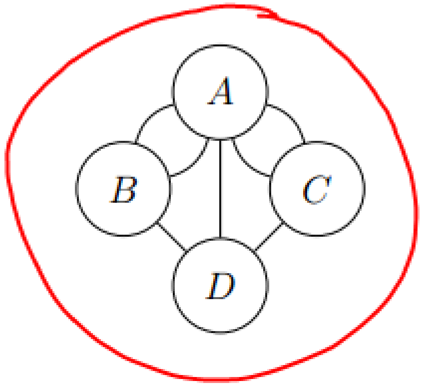
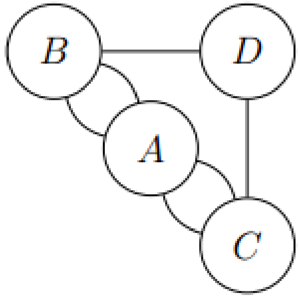
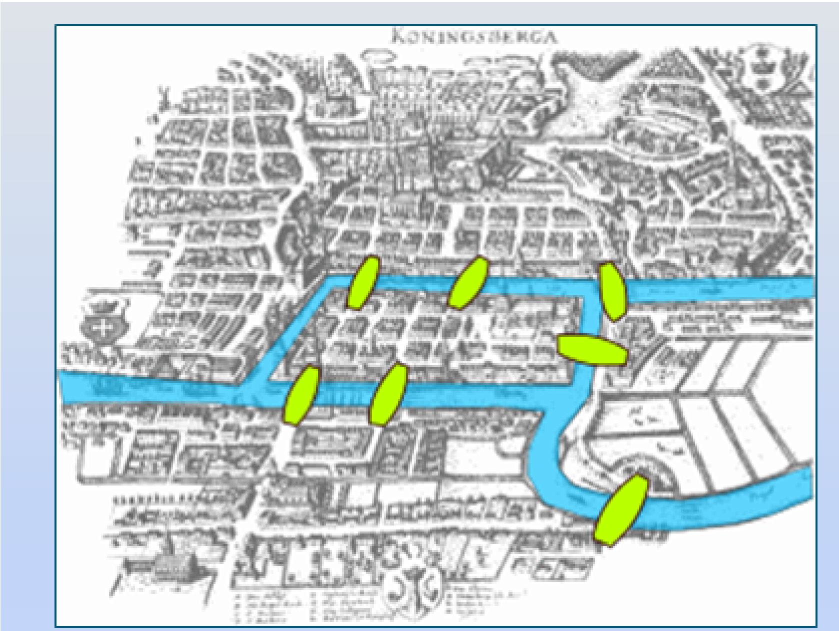
1. Dos grafos seguintes, qual representa também o problema de Königsberg?







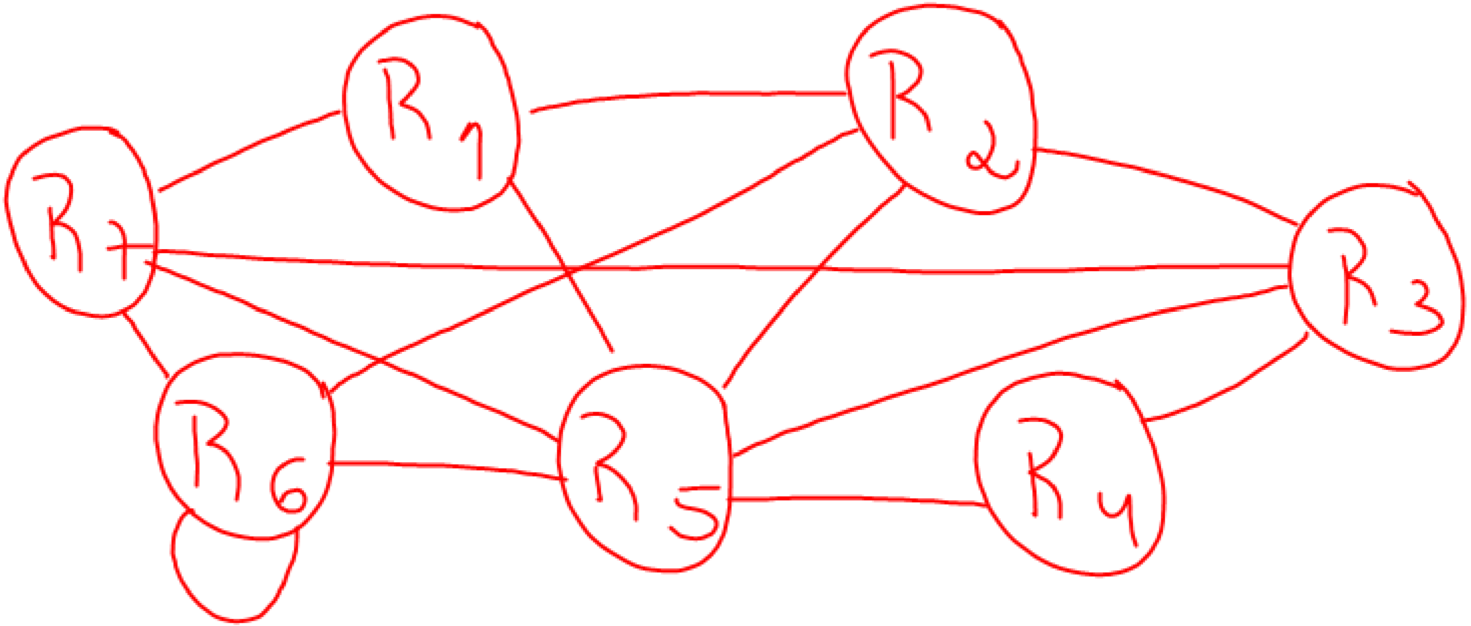


2. Vão realizar-se, na escola, reuniões de Conselho de turma.

Na tabela que se segue, o símbolo «X» identifica as reuniões que têm professores comuns

Desenha um grafo que substitua a informação dada pela tabela e indica o que representam os vértices e as arestas do grafo.

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
R1	–	X			X		X
R2	X	–	X			X	
R3		X	–	X	X		X
R4			X	–	X		
R5	X		X	X	–	X	X
R6		X			X	–	X
R7	X		X		X	X	–

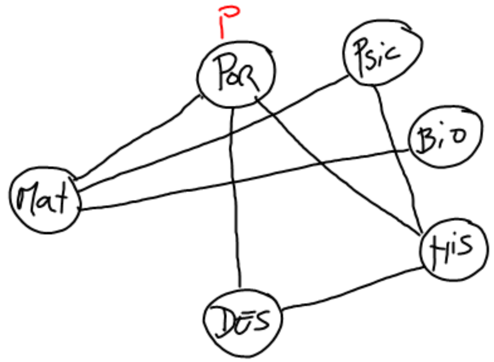


3. Uma comissão de exames nacionais pretende calendarizar os exames, de modo que os alunos que fazem vários exames não tenham dois exames no mesmo dia. A tabela que se segue mostra-nos os exames que os alunos A, B, C e D têm de realizar.

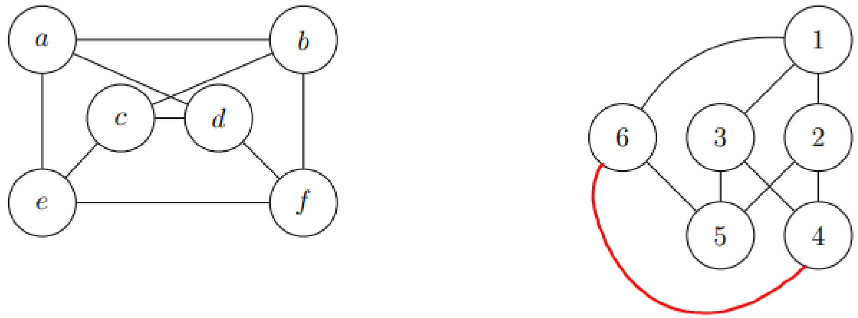
	Português	**Matemática**	**Desenho A**	**História**	**Biologia**	**Psicologia**
A	X	X			X	
B	X			X		X
C	X		X	X		
D	X	X				X

(a) Desenhe um grafo que sirva de modelo à informação disponível.

(b) Considerando que é feito um exame por dia, qual é o número mínimo de dias necessários para a realização dos exames evitando sobreposições? 3 dias



5. Diz, justificando, se os grafos representados a seguir são **isomorfos**.



Não são isomorfos, pois o $g(6)=2$!

Assim, não existe (segundo a definição) uma correspondência possível.

Se acrescentar a aresta $[64]$ temos um isomorfismo

$a \longleftrightarrow 1$, $b \longleftrightarrow 6$, $c \longleftrightarrow 5$,

$d \longleftrightarrow 2$, $e \longleftrightarrow 3$, e $f \longleftrightarrow 4$

6. Num torneio de ténis participaram 7 jovens. Para construir o mapa de jogos, o treinador elaborou a seguinte tabela:

Jogador	A	B	C	D	E	F	G
Joga com	B, C	A, E	A, E	F, G	B, C	D, G	D, F

(a) Elabora o grafo representativo dos jogos a serem disputados.

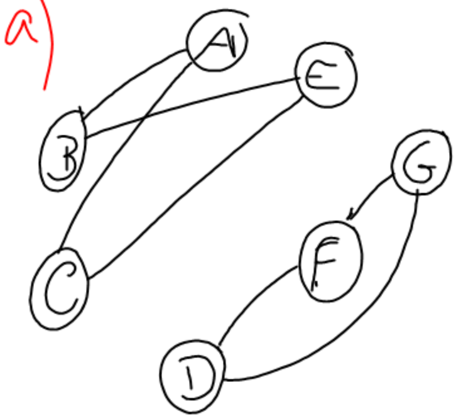
(g) Utilizando este grafo, indica um percurso que represente um:

- **i.** Caminho.
- **ii.** Circuito.

(h) Este grafo pode ser considerado conexo? Justifica.

(i) Supondo que cada um dos jovens podia jogar com qualquer um dos outros, qual o número máximo de jogos que se poderiam realizar?

a)



g) i) (CAB) caminho

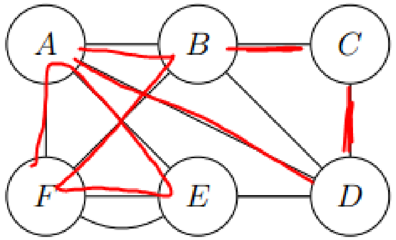
ii) (DFGD) circuito

h) Não é conexo, não existe nenhum caminho de A para G.

i) 6 jogos possíveis para o jogador A.
5 jogos possíveis para o jogador B.
⋮

21

7. O Sr. Hipólito vai a uma entrevista para um emprego de jardineiro. Nesta entrevista, o futuro patrão apresenta-lhe uma prova, em que pretendia que ele cuidasse de todas as ruas do jardim, cujo grafo se encontra ao lado, sem passar duas vezes pela mesma rua.



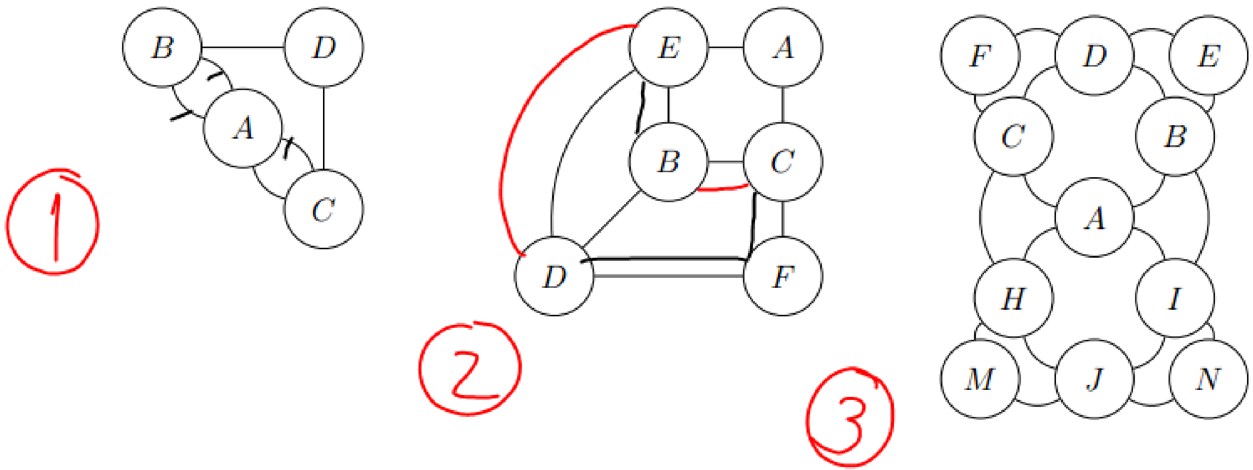
(a) Será que o Sr. Hipólito conseguiu?

(b) O patrão propôs o percurso $FBDCBADEAFEF$, mas o Sr. Hipólito não ficou contente, porque tinha de passar muitas vezes por F (onde estava o patrão). Então, propôs um outro percurso: $BCDABFEAF$. Desta vez, foi o patrão que não ficou contente. Num pequeno texto, explica porquê.

a) A B D C B F E A F E D A

b) Porque neste caso ficariam 3 ruas por arranjar.

8. Considere os grafos seguintes?



(a) Identifique, se possível, para cada um deles um trajeto de Euler.

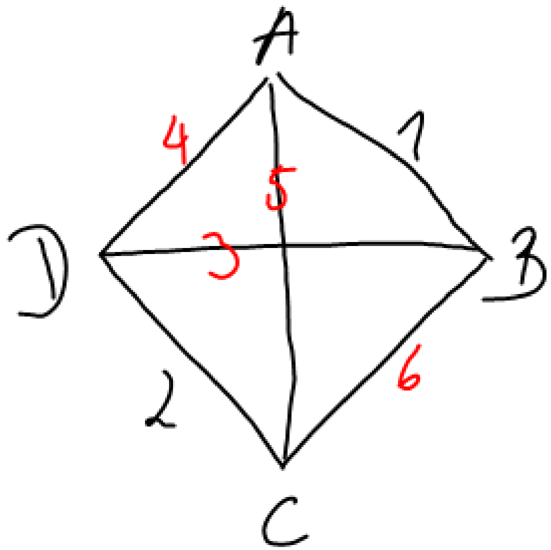
(b) Descreva como é possível proceder à "eularização" de um trajeto, isto é, transformar um grafo no qual não existe um trajeto de Euler num outro em que tal se verifica.

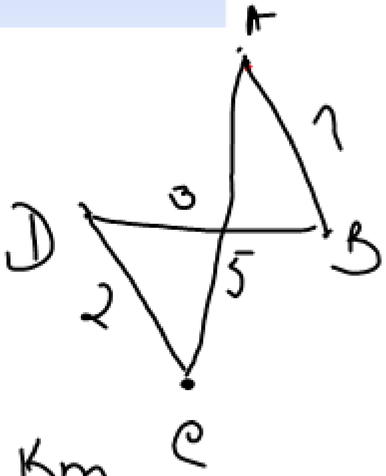
1 B D C A B A C   2 não

3 É possível construir um trajecto de Euler pois todos os vértices têm grau par.

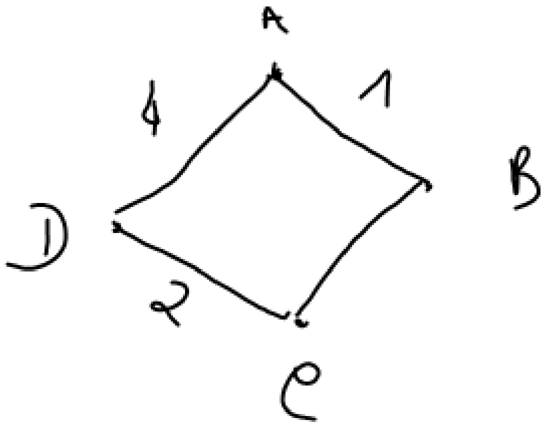
Algoritmo do Vizinho Mais Próximo

- Escolher um vértice para ponto de partida.
- A partir deste vértice escolher uma aresta com o menor peso possível que ligue a um dos vértices adjacentes ainda não visitados (se houver mais do que uma escolha possível escolher aleatoriamente).
- Continuar a construir o ciclo, partindo de cada vértice para um vértice não visitado segundo a aresta com menor peso.
- Do último vértice não visitado, regressar ao ponto de partida.





11 Km



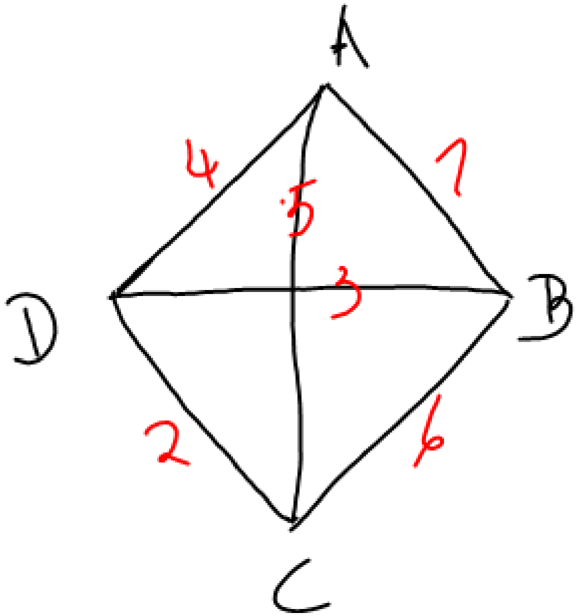
Algoritmo das Arestas Ordenadas

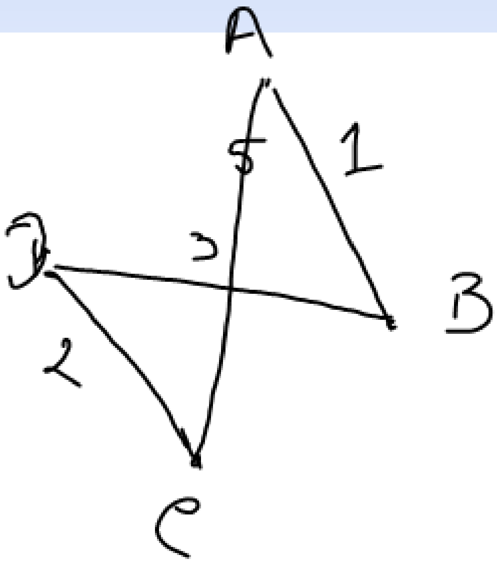
- Começar por escolher a aresta do grafo com menor peso, qualquer que seja.

- Em seguida, escolher a aresta com o menor valor que se segue e assim sucessivamente, tendo em conta as restrições:

i. Não permitir que três arestas, do ciclo que estamos a procurar, se encontrem num mesmo vértice;

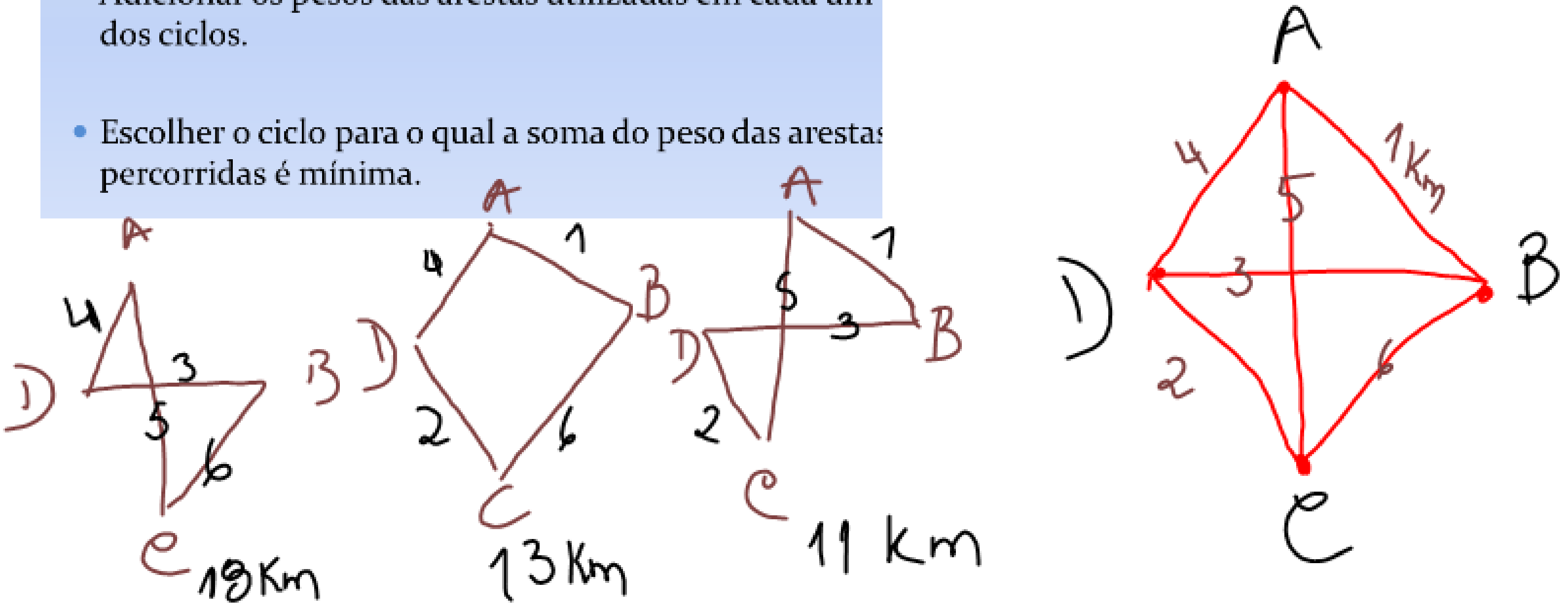
ii. Não permitir que se formem ciclos que não incluam todos os vértices.





Algoritmo da Força Bruta

- Gerar todos os ciclos de Hamilton possíveis (a partir d determinado vértice).
- Adicionar os pesos das arestas utilizadas em cada um dos ciclos.
- Escolher o ciclo para o qual a soma do peso das arestas percorridas é mínima.



$$\frac{(n-1)!}{2}$$