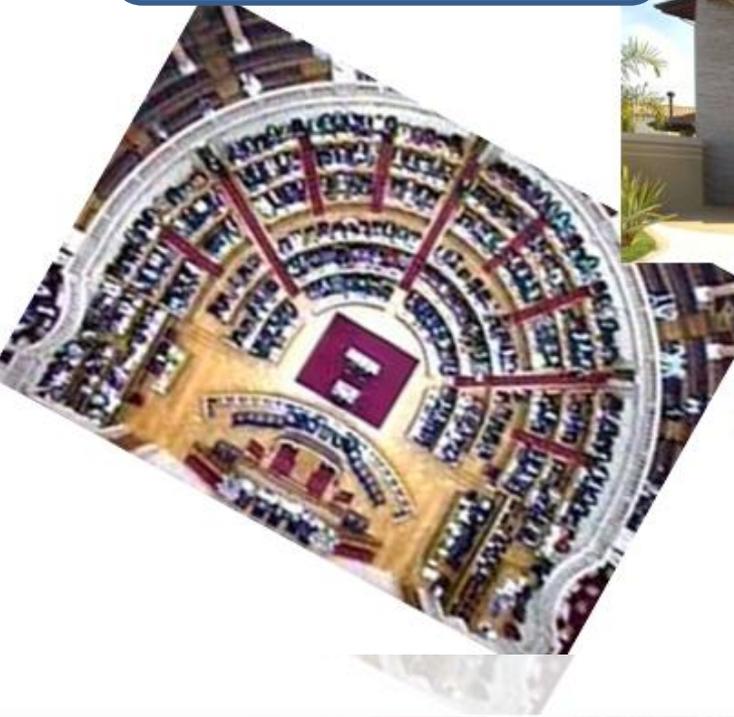




TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

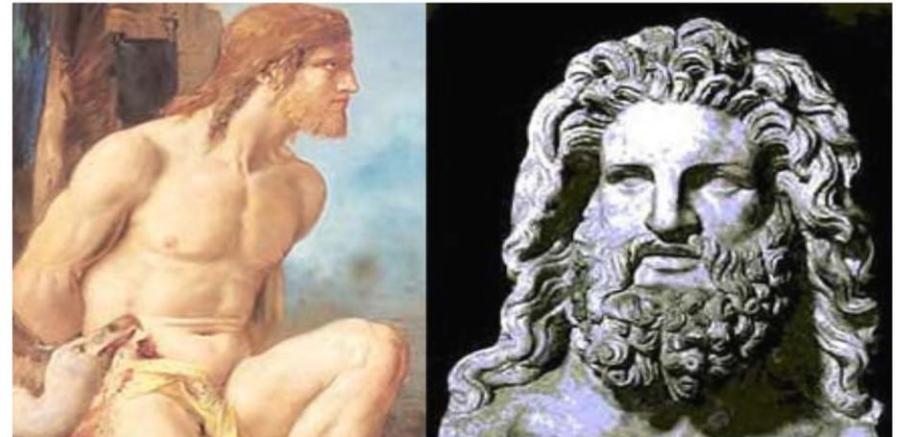
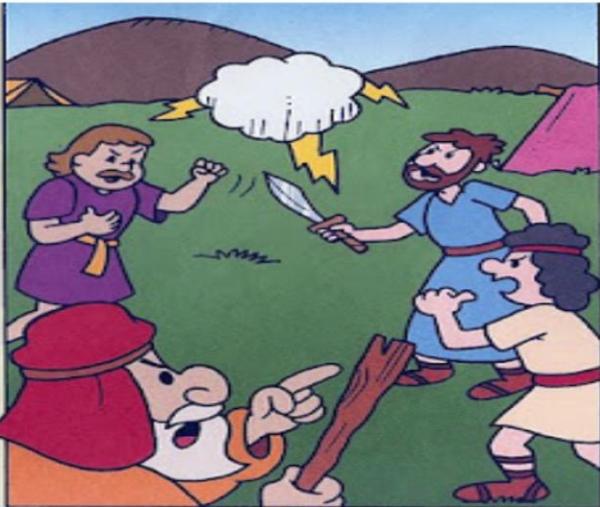


Helena Alves

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

A Bíblia retrata a partilha de uma terra entre Abraham e Lot. Abraham propôs:

“ Se fores para Norte eu irei para Sul, se fores para Sul eu irei para Norte”.
Lot escolheu.



Os Deuses Gregos Prometheus e Zeus dividiram uma porção de carne. Prometheus dividiu em dois pedaços e Zeus escolheu.

Procedimentos do tipo
“Tu cortas /eu escolho”

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

O matemático polaco Hugo Steinhaus (1887-1972) é considerado o “pai” da teoria matemática de partilhas. Ele desenvolveu grande parte desta teoria durante a 2ª Guerra Mundial enquanto se escondia dos nazis.

Outros matemáticos que contribuíram para a evolução da teoria da partilha equilibrada foram Kuhr, Banach, Selfridge, Conway, Dublins, Spanier, Brams, Taylor e Zicker.

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

- A grande questão foi:

“ Conseguir-se-á construir um procedimento de divisão de um bolo, para n intervenientes, de forma a que cada um possua uma estratégia que lhe garanta uma parte com a qual fique satisfeito, mesmo perante a conspiração dos outros?”

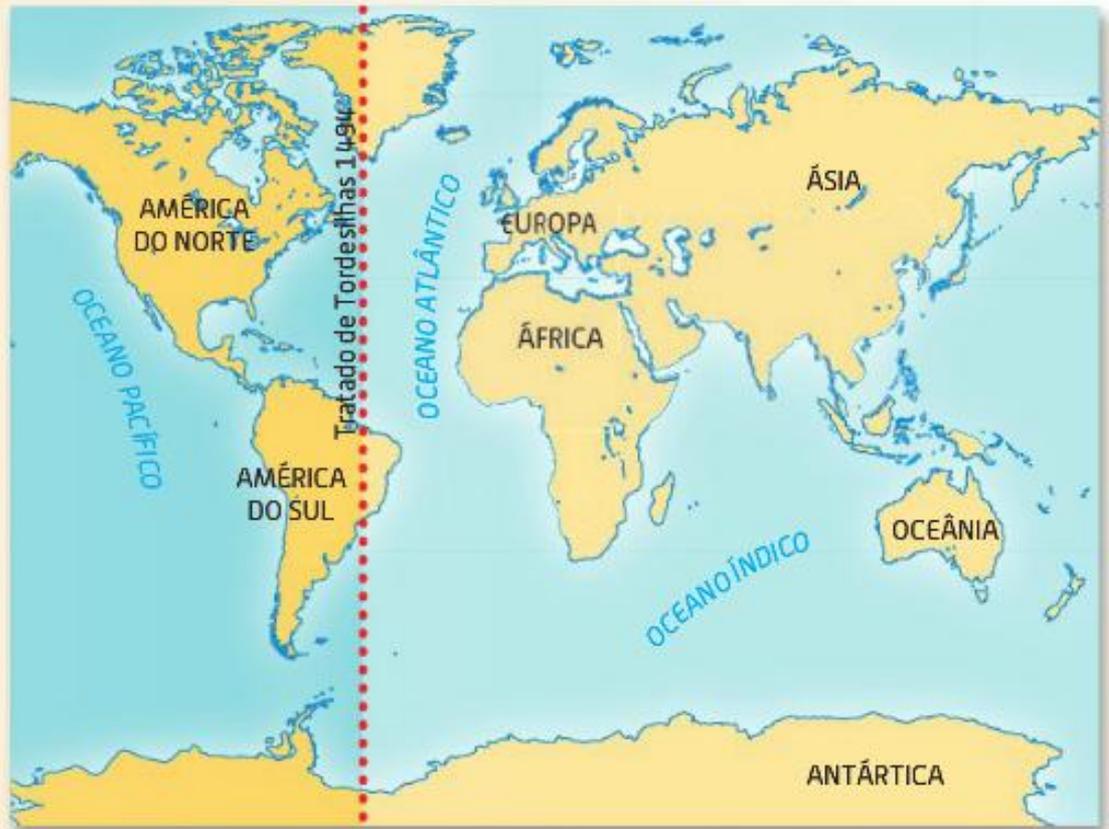
TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

um pouco de história...

Tratado de Tordesilhas

Assinado entre Portugal e Espanha, em 1494, o Tratado de Tordesilhas propunha uma divisão do Mundo! A disputa pela posse de terras e ilhas, descobertas por navegadores portugueses e espanhóis, provocou uma profunda crise diplomática entre os dois países.

Assim, os reinos de Portugal e de Castela decidiram dividir o Mundo em duas partes através de um meridiano do Polo Norte ao Polo Sul situado a 370 léguas a oeste das Ilhas de Cabo Verde, reservando tudo o que estivesse a leste para os portugueses e a oeste para os espanhóis.



TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

Divisão de Berlim

Em 1944, as Forças Aliadas concordaram com a divisão da Alemanha em setores, mas, depois da Segunda Guerra Mundial, não chegaram de imediato a um acordo quanto à divisão de Berlim. A parte oriental da cidade ficou sob domínio soviético, enquanto que a parte ocidental foi dividida em setores, recorrendo a um dos procedimentos de partilha equilibrada entretanto definido, entre os Aliados (Grã-Bretanha, França e Estados Unidos da América).



TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

A divisão de bens, objetos, coisas, lugares está presente em todo o lado e em qualquer altura.

Devemos dividir de forma justa

- Bens de uma família entre herdeiros,
- Bens de um casal, quando há separação
- Distribuição de lugares numa assembleia
- ...

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

O que significa partilha equilibrada ou divisão justa?

O problema de uma **partilha equilibrada** consiste em dividir um conjunto de S itens em N porções de forma a que cada uma das N partes envolvidas receba o que considera ser uma “parte justa” de S .

Uma **parte justa** é qualquer parte que, na opinião da pessoa que a recebe, vale pelo menos $\frac{1}{N}$ dos itens a serem divididos.

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

Dependendo da natureza dos bens a partilhar o problema da divisão justa pode ser classificado em três tipos:

- **Contínuo** → o conjunto de S itens a dividir é divisível em qualquer número de partes
- **Discreto** → os S itens a distribuir são indivisíveis
- **Misto** → os dois anteriores

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

CASO DISCRETO

MÉTODO OU ALGORITMO DAS LICITAÇÕES SECRETAS

Exercício 1

1. Cada interveniente atribui um valor aos itens a dividir.
2. É determinada uma parte justa para cada participante, somando as suas licitações e o dinheiro do conjunto a ser dividido, caso exista, e dividindo o total pelo número de participantes.
3. Cada item é dado ao participante que lhe fez a licitação mais alta.
4. A cada participante, depois de descontado o valor que atribui ao, ou aos, itens já distribuídos, é dada a quantia que falta para a sua parte justa (definida no passo 2). Se esta quantia for negativa, o participante terá que pagar essa diferença.
5. A quantia restante, resultante das compensações ou reembolsos da etapa anterior, é dividida igualmente entre os intervenientes.

Observação: Em certos casos, para possibilitar a transferência de dinheiro que compense as diferenças entre as licitações e os itens recebidos, há que recorrer a uma “banca” – depósito de dinheiro feito à parte para este efeito.

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

CASO DISCRETO

MÉTODO OU ALGORITMO DO AJUSTE DA PARTILHA

Este procedimento envolve dois participantes, B e T, que querem dividir entre si um conjunto de itens: I_1, I_2, \dots, I_n

1. Cada participante distribui 100 pontos pelos itens de forma a refletir as suas preferências.
2. Cada item é atribuído ao participante que lhe deu mais pontos. Os itens avaliados pelo mesmo número de pontos por B e T são distribuídos no final àquele que tiver um maior total de pontos nos itens já atribuídos.
3. Contabilizam-se os pontos recebidos por cada um.

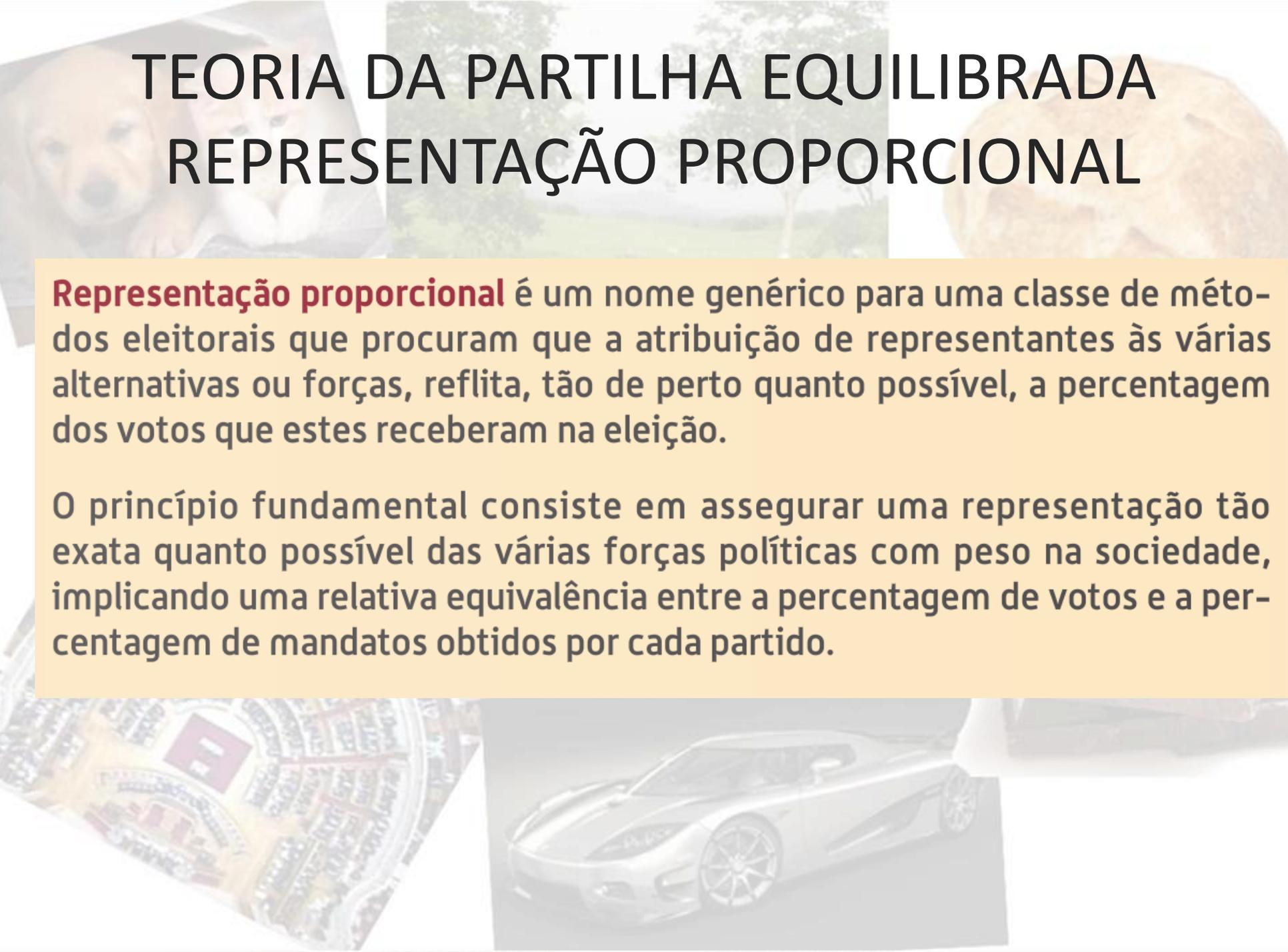
4. Transferem-se bens daquele que ficou com mais pontos para o outro. Suponhamos que T fica com mais pontos do que B.

A ordem pela qual a transferência é feita é determinada colocando-se por ordem crescente os seguintes quocientes:

$$\frac{\text{Pontos que T atribui a } I_j}{\text{Pontos que B atribui a } I_j}$$
, em que I_j diz respeito aos itens já atribuídos a T.

5. De seguida procede-se à transferência do item a que corresponde o menor quociente e totalizam-se de novo os pontos de cada um. Se:
 - > os pontos forem iguais o processo termina;
 - > a pontuação de T se mantiver maior do que a de B, passa-se ao item seguinte;
 - > a pontuação de B já ultrapassar a de T só se transfere uma parte do item de forma a igualar a pontuação, ou estabelece-se um acordo relativamente a esse item em particular.

Exercício 2



TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA REPRESENTAÇÃO PROPORCIONAL

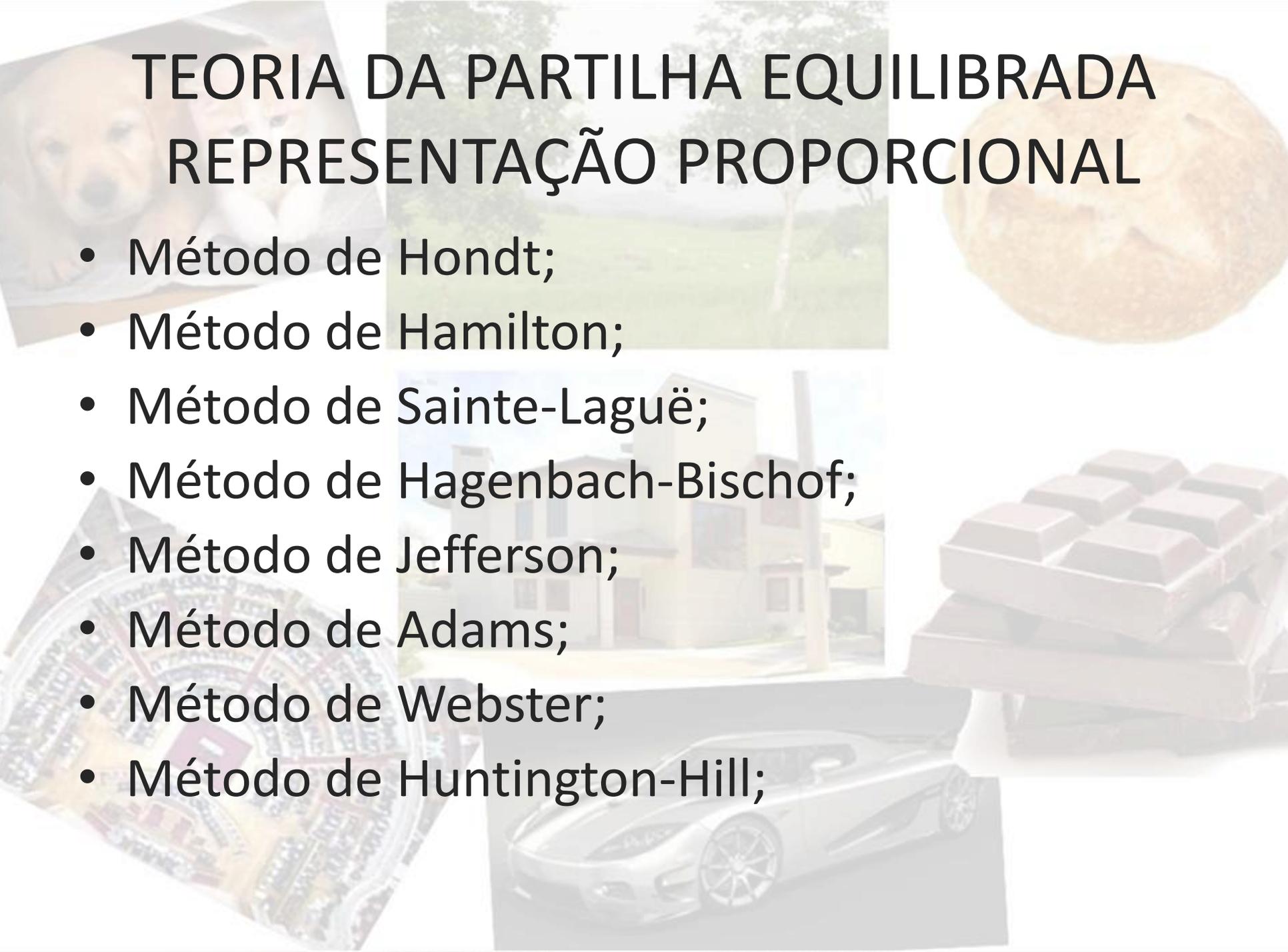
Representação proporcional é um nome genérico para uma classe de métodos eleitorais que procuram que a atribuição de representantes às várias alternativas ou forças, reflita, tão de perto quanto possível, a percentagem dos votos que estes receberam na eleição.

O princípio fundamental consiste em assegurar uma representação tão exata quanto possível das várias forças políticas com peso na sociedade, implicando uma relativa equivalência entre a percentagem de votos e a percentagem de mandatos obtidos por cada partido.

TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

REPRESENTAÇÃO PROPORCIONAL

- Método de Hondt;
- Método de Hamilton;
- Método de Sainte-Laguë;
- Método de Hagenbach-Bischof;
- Método de Jefferson;
- Método de Adams;
- Método de Webster;
- Método de Huntington-Hill;



TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

MÉTODO DE HAMILTON

Exercício 3

1. Determina-se o quociente eleitoral, que define o número de votos que cada deputado pode representar.

$$\text{Quociente eleitoral} = \frac{\text{n.º de votos validamente expressos}}{\text{n.º de deputados}}$$

De seguida, determina-se a quota padrão ou quota exata de cada partido (que determina a quantidade de deputados a que cada partido terá direito)

$$\text{Quota padrão} = \frac{\text{n.º de votos por partido político}}{\text{quociente eleitoral}}$$

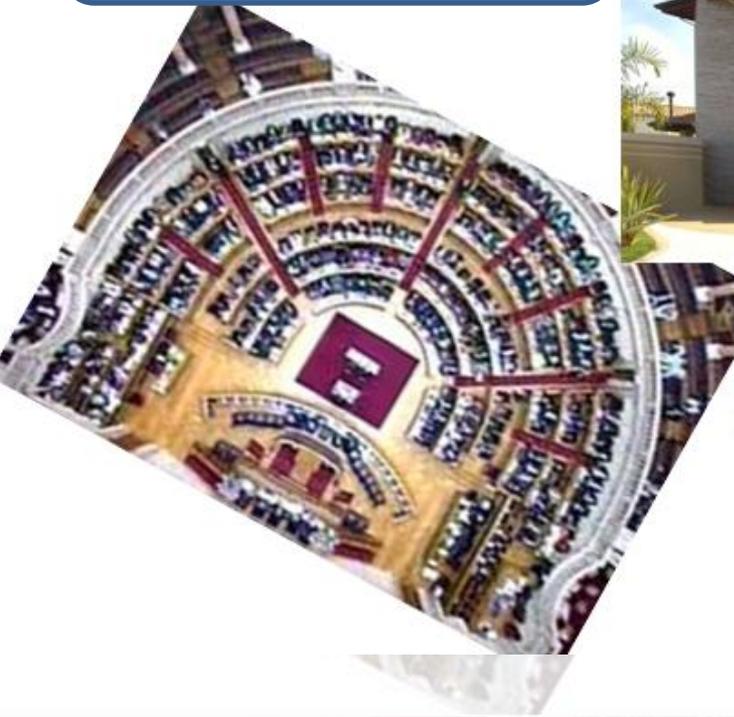
Nota: a quota inferior corresponde a um arredondamento às unidades por defeito e a quota superior ao arredondamento às unidades por excesso da quota padrão.

2. A cada partido é atribuído um número de deputados correspondente à respetiva quota inferior.
3. Se o número de deputados distribuídos perfizer o total de deputados, o processo está terminado. Caso contrário vai-se atribuindo mais um deputado sucessivamente por ordem decrescente das partes decimais da quota padrão até perfazer o total.



TEORIA DA PARTILHA EQUILIBRADA

FIM



Helena Alves