

2^a Frequência de Análise Matemática IV
Licenciatura em Engenharia Civil

PARTE II

Duração: 1 hora e 30 minutos

1-6-2005

1. Seja C a curva de equação $x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$ com $y \geq 0$ ($b \neq 0$).

Mostre que $\int_C ye^x dx + (e^x + 2y) dy = 0$.

2. Seja S o subconjunto de \mathbb{R}^3 definido por:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 2y \text{ e } 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

Determine uma expressão para calcular a área da superfície S :

- (a) através de um integral de superfície;
- (b) através de um integral curvilíneo de uma função escalar.

Nota: Apresente as expressões em função de integrais simples.

3. Considere o sólido $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ e } z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2)}\}$.

- (a) Faça um esboço do sólido E .
- (b) Estabeleça o integral triplo que lhe permite calcular o volume de E :
 - i. usando coordenadas cilíndricas;
 - ii. usando coordenadas esféricas.

4. Sejam $Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x \leq z \leq 6 - x^2 \text{ e } 0 \leq y \leq 4\}$ uma região de \mathbb{R}^3 e $F(x, y, z) = (x^3 + e^{-y} \sin z, x^2y + \arctan z, \sqrt{y})$ uma função vectorial.

- (a) Faça um esboço da região Q .
- (b) Considerando a fronteira de Q orientada com normal exterior, \hat{n} , determine

$$\iint_{fr(Q)} F \cdot \hat{n} dS.$$