

2<sup>a</sup> Frequência de Análise Matemática IV  
Licenciatura em Engenharia Civil

PARTE II

Duração: 1 hora e 30 minutos

1-6-2005

1. Seja  $C$  a curva de equação  $x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$  com  $y \geq 0$  ( $b \neq 0$ ).

Mostre que  $\int_C ye^x dx + (e^x + 2y) dy = 0$ .

2. Seja  $S$  o subconjunto de  $\mathbb{R}^3$  definido por:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 2y \text{ e } 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

Determine uma expressão para calcular a área da superfície  $S$ :

- (a) através de um integral de superfície;
- (b) através de um integral curvilíneo de uma função escalar.

**Nota:** Apresente as expressões em função de integrais simples.

3. Considere o sólido  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ e } z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2)}\}$ .

- (a) Faça um esboço do sólido  $E$ .
- (b) Estabeleça o integral triplo que lhe permite calcular o volume de  $E$ :
  - i. usando coordenadas cilíndricas;
  - ii. usando coordenadas esféricas.

4. Sejam  $Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x \leq z \leq 6 - x^2 \text{ e } 0 \leq y \leq 4\}$  uma região de  $\mathbb{R}^3$  e  $F(x, y, z) = (x^3 + e^{-y} \sin z, x^2 y + \arctan z, \sqrt{y})$  uma função vectorial.

- (a) Faça um esboço da região  $Q$ .
- (b) Considerando a fronteira de  $Q$  orientada com normal exterior,  $\hat{n}$ , determine

$$\iint_{fr(Q)} F \cdot \hat{n} dS.$$