Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Álgebra Linear e Geometria Analítica I

2º Teste

5 de Maio de 2004 Duração: 30m

Responda no enunciado e não escreva a lápis nem a vermelho.

Nome: ______________________________

1. Considere a seguinte matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

(a) Determine a decomposição $A = LDL^T$.

(b) Use a alínea anterior para calcular det(A).

---

2. Considere o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vectores $(0,1,0,1)$, $(0,2,0,-2)$, $(0,4,0,0)$, $(-1,1,1,1)$ e $(1,0,-1,0)$. Indique uma base deste subespaço tal que

(a) a base seja um subconjunto dos vectores dados;

(b) nenhum dos vectores dados lhe pertença.

---

3. Indique, justificando, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa.

(a) Sejam x, y, z vectores de $\mathbb{R}^n$. Se $\{x, y\}$ e$\{x, z\}$ são conjuntos linearmente independentes então $\{x, y, z\}$ é linearmente independente.

(b) Se as colunas de uma matriz quadrada de ordem n formam uma base de $\mathbb{R}^n$ então as linhas dessa matriz também formam uma base de $\mathbb{R}^n$.

(c) Sendo u e v vectores de $\mathbb{R}^n$, tem-se $||u+v||^2 = ||u||^2 + 2||u||\,||v|| + ||v||^2$.