

Afectação de Trabalhadores a Escalas de Horários num Centro de Tratamento de Correio

Joaquim Júdice

Departamento de Matemática, FCT – Universidade de Coimbra
3000 Coimbra, Portugal

Pedro Martins

CIO – Centro de Investigação Operacional – FC/UL e
ISCAC, Instituto Politécnico de Coimbra
Quinta Agrícola – Bencanta, 3040-316 Coimbra, Portugal

Jacinto Nunes

CTT – Correios de Portugal, SA
Praça D. Luís I, 30, 1208-148 Lisboa, Portugal

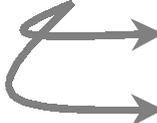
CTT – Correios de Portugal, S.A.

Alguns indicadores de 2001:

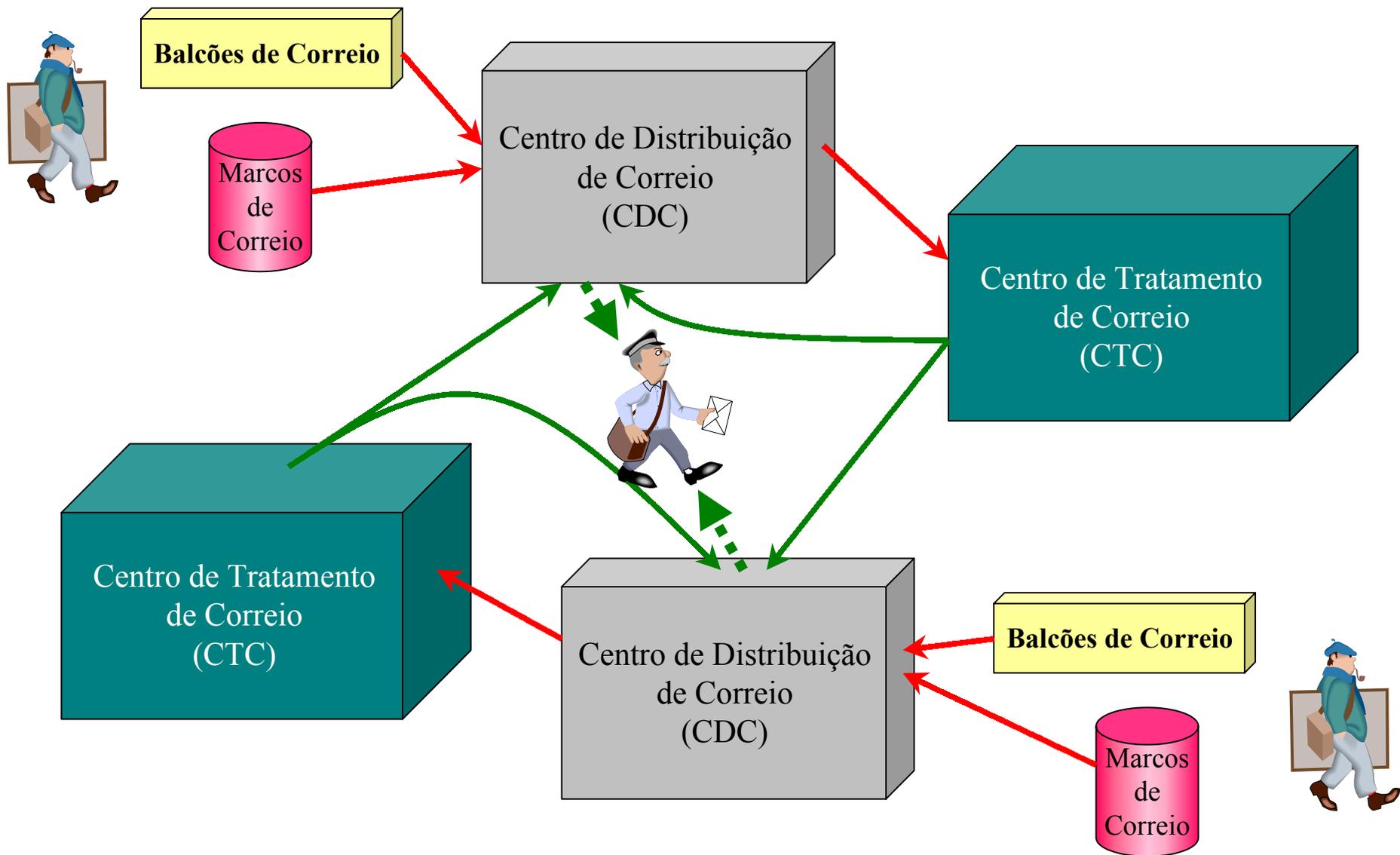
- 17600 empregados,
- 9 Centros de Tratamento de Correio,
- 418 Centros de Distribuição de Correio,
- 1079 balcões de atendimento,
- 19000 marcos de correio,
- mais de 4000 veículos,
- foram tratados cerca 1.370.000.000 objectos-postais,
- efectuados cerca de 6300 giros de carteiros por dia.

Transacções financeiras em 2001:

Foram transaccionados mais de 17200 milhões €.

 mais de 630 milhões de € em dividendos,
mais de 56 milhões de € investidos.

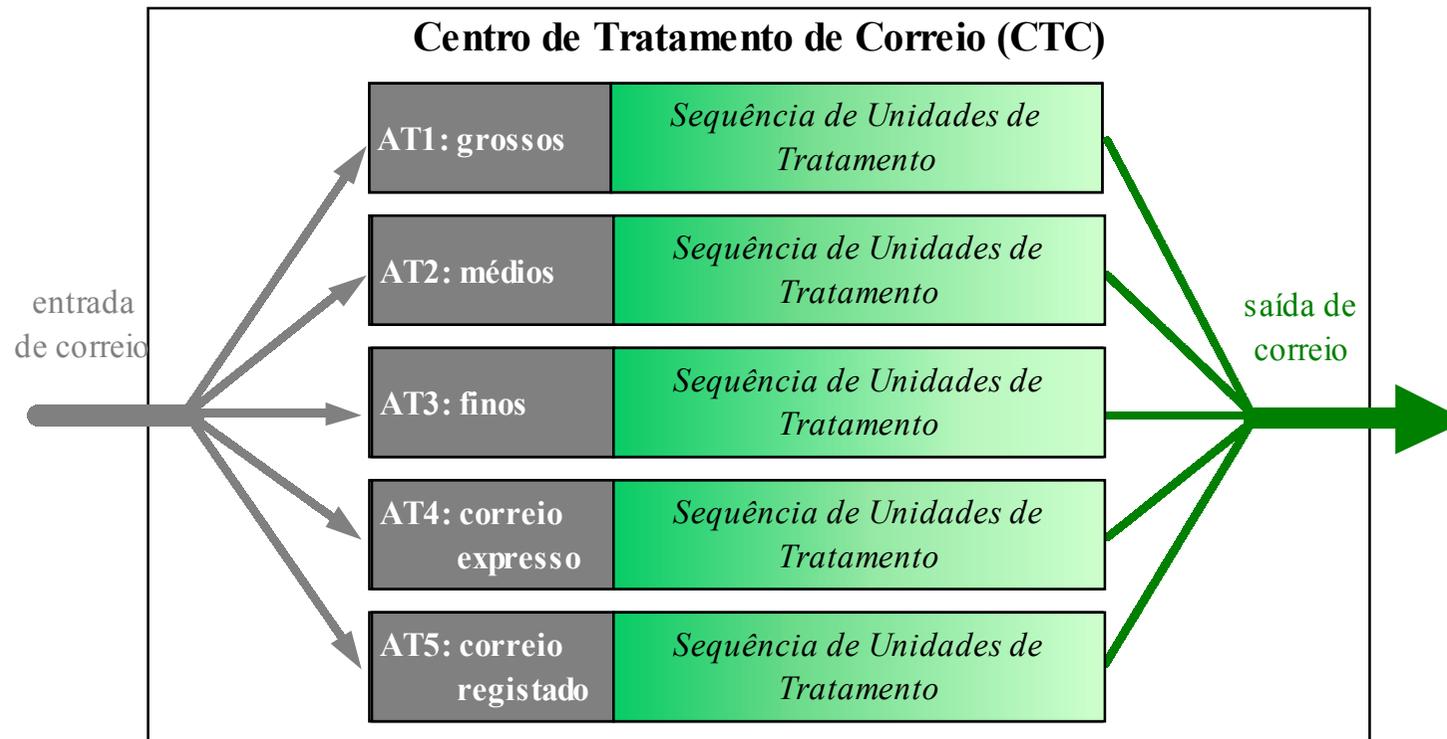
Fluxo do Correio



Centro de Tratamento de Correio (CTC)

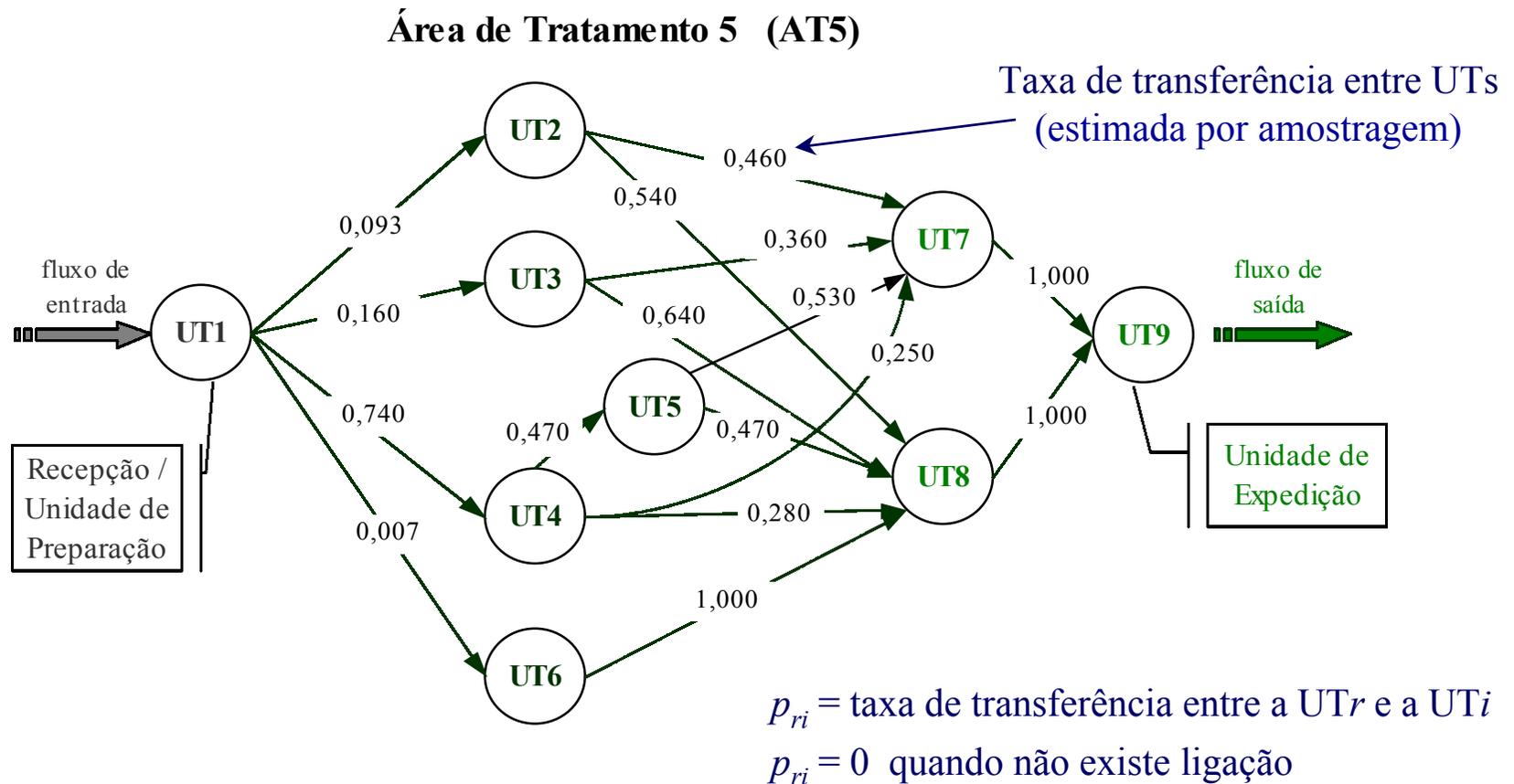
Cada CTC tem 5 Áreas de Tratamento:

- AT1: grossos: encomendas e pacotes postais,
- AT2: médios: essencialmente publicações periódicas,
- AT3: finos: objectos-postais até 20 gr.,
- AT4: correio expresso,
- AT5: correio registado.



Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Sequenciamento do Processo de Tratamento de Correio



Pretende-se determinar uma afectação de trabalhadores a cada UT, que garanta o tratamento do correio.

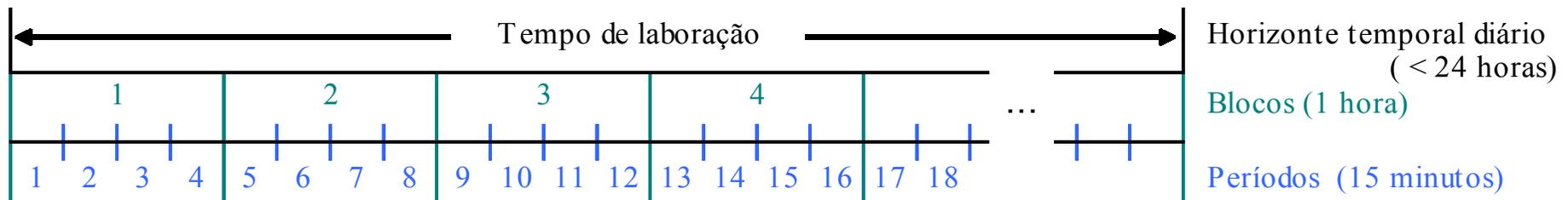
Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Componentes temporais utilizadas no processo de tratamento

Tratamento processado em **períodos** fixos de 15 minutos (*batches*).

Bloco = 4 períodos consecutivos, com início em cada instante horário.

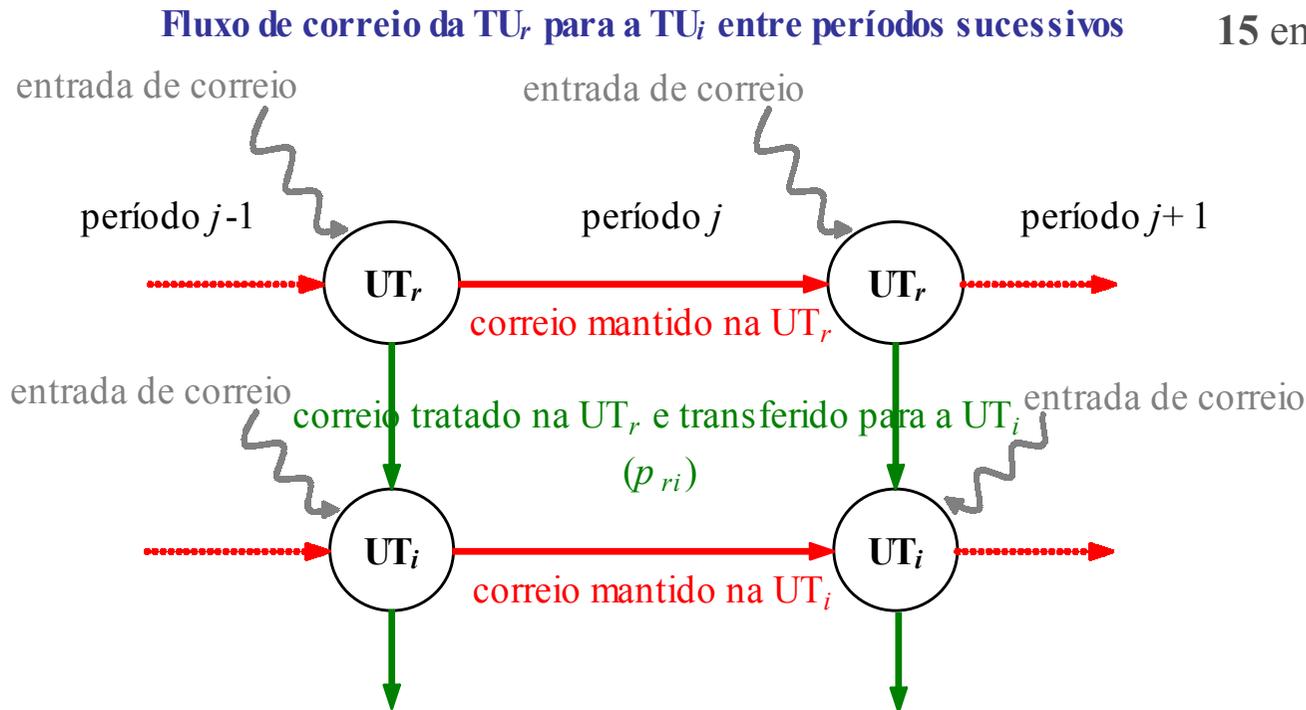
Horizonte temporal diário da AT5: das 17:00 às 04:00 (≤ 24 horas).



Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Fluxo de correio entre UTs

Transferências entre UTs de 15 em 15 minutos.



x_{ij} = quantidade de objectos-postais tratados na UT_i no período j

s_{ij} = quantidade de objectos-postais na UT_i que aguardam tratamento (final do período j)

p_{ri} = taxa de transferência entre a UT_r e a UT_i $p_{ri} = 0$ quando não existe ligação

No final do horizonte temporal: - em cada UT não pode ficar mais de 1% dos objectos-postais;
- critério de qualidade de 99% no volume total de correio tratado.

Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Níveis de produtividade em cada UT

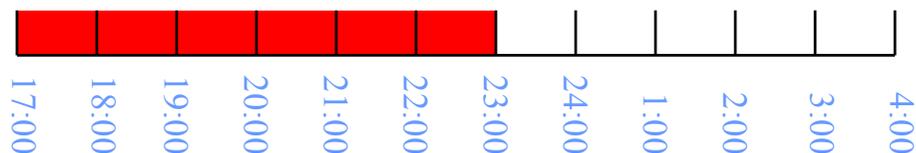
Velocidade de processamento em
Objectos-postais/trabalhador por período : b_i

UT	Objectos-postais
1	1500
2	250
3	280
4	313
5	313
6	25
7 e 8	350

Cada UT admite no máximo 15 trabalhadores em simultâneo ($l_i = 15$)

Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Períodos de tratamento para correio regional e inter-regional

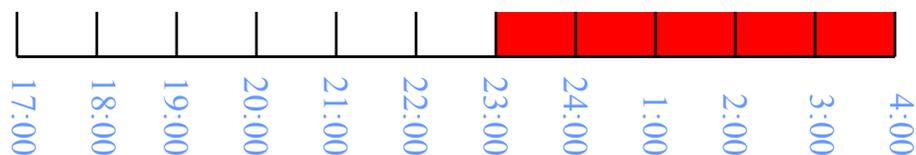


1º Período → 17:00 – 23:00

Chegada de correio regional + correio inter-regional;

99% do correio inter-regional tem que estar tratado até às 23:00;

99% do correio regional tem que estar tratado até às 4:00.



2º Período → 23:00 – 4:00

Chegada apenas de correio regional.

Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Horários de trabalho admissíveis

São considerados todos os horários de 3 a 8 horas, entre as 17:00 e as 4:00.

Horários de Trabalho											
#	3 horas	#	4 horas	#	5 horas	#	6 horas	#	7 horas	#	8 horas
1:	[17:00, 20:00]	10:	[17:00, 21:00]	18:	[17:00, 22:00]	25:	[17:00, 23:00]	31:	[17:00, 24:00]	36:	[17:00, 1:00]
2:	[18:00, 21:00]	11:	[18:00, 22:00]	19:	[18:00, 23:00]	26:	[18:00, 24:00]	32:	[18:00, 1:00]	37:	[18:00, 2:00]
3:	[19:00, 22:00]	12:	[19:00, 23:00]	20:	[19:00, 24:00]	27:	[19:00, 1:00]	33:	[19:00, 2:00]	38:	[19:00, 3:00]
4:	[20:00, 23:00]	13:	[20:00, 24:00]	21:	[20:00, 1:00]	28:	[20:00, 2:00]	34:	[20:00, 3:00]	39:	[20:00, 4:00]
5:	[21:00, 24:00]	14:	[21:00, 1:00]	22:	[21:00, 2:00]	29:	[21:00, 3:00]	35:	[21:00, 4:00]		
6:	[22:00, 1:00]	15:	[22:00, 2:00]	23:	[22:00, 3:00]	30:	[22:00, 4:00]				
7:	[23:00, 2:00]	16:	[23:00, 3:00]	24:	[23:00, 4:00]						
8:	[24:00, 3:00]	17:	[24:00, 4:00]								
9:	[1:00, 4:00]										

Os trabalhadores podem transitar entre UTs de hora a hora.

Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Custos de mão de obra

Custos por trabalhador em cada horário, de 3 a 8 horas : c_k

Duração do horário (horas)	Custo (€)
3	18,66
4	24,88
5	31,10
6	37,32
7	43,54
8	49,76

} Custo por hora: 6,22 €

Área de Tratamento 5 (AT5) – Correio Registrado

Objectivo

Pretende-se determinar uma afectação de trabalhadores aos horários, que garanta o tratamento do correio de acordo com os parâmetros definidos e que minimize o custo laboral total.

Formulação

M : número total de UTs

N : número total de períodos de transferência (15 min.) ; $N1$: até às 23:00

H : número de períodos horários (entre as 17:00 e as 4:00)

K : número total de horários de trabalho (de 3 a 8 horas)

Minimizar *Custo laboral total*

Sujeito a

Subproblema de Lotsizing sobre o sistema sequencial de UT.

Restrições que ligam o fluxo de correio e o número de trabalhadores por hora e por UT.

Restrições que ligam o número de trabalhadores por hora e por UT aos horários praticados.

Variáveis:

x_{ij} = quantidade de objectos-postais tratados na UT i no período j $i = 1, \dots, M$ $j = 1, \dots, N$

s_{ij} = quantidade de objectos-postais na UT i que aguardam tratamento (final do período j)

w_{ih} = número de trabalhadores na UT i durante a h -ésima hora $i = 1, \dots, M$ $h = 1, \dots, H$

v_k = número de trabalhadores no horário k $k = 1, \dots, K$

Formulação – Subproblema de Lotsizing sobre a sequência de UTs

M : número total de UTs

N : número total de períodos de transferência (15 min.) ; $N1$: até às 23:00

x_{ij} ≡ quantidade de objectos-postais tratados na UT i no período j

$i = 1, \dots, M$ $j = 1, \dots, N$

s_{ij} ≡ quantidade de objectos-postais na UT i que aguardam tratamento (final do período j)

$$q_{ij} + s_{i,j-1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} (p1_{ri} x_{r,j-1}) = x_{ij} + s_{ij} \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N1$$

$$q_{ij} + s_{i,j-1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} (p2_{ri} x_{r,j-1}) = x_{ij} + s_{ij} \quad i = 1, \dots, M \quad j = N1 + 1, \dots, N$$

Restrições de conservação de fluxo

$$s_{i,N1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p1_{ri} x_{r,N1} \leq e_i \quad ; \quad s_{i,N} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p2_{ri} x_{r,N} \leq e_i \quad i = 1, \dots, M - 1$$

Limite superior no correio deixado no final em cada máquina

$$\sum_{i=M-1}^M \left(s_{i,N1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p1_{ri} x_{r,N1} \right) \geq 0,99 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N1-\alpha_i} q_{ij} \quad ; \quad s_{M,N} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p2_{rM} x_{rN} \geq 0,99 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-\alpha_i} q_{ij}$$

Critério de qualidade: tratar 99% de todo o correio entrado.

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad s_{ij} \geq 0$$

$$i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N$$

Formulação – Restrições de ligação do fluxo de correio ao número de trabalhadores por hora e por UT

M : número total de UTs

N : número total de períodos de transferência (15 min.) ; $M1$: até às 23:00

H : número de períodos horários (entre as 17:00 e as 4:00)

x_{ij} \equiv quantidade de objectos-postais tratados na UT i no período j $i = 1, \dots, M$ $j = 1, \dots, N$

w_{ih} \equiv número de trabalhadores na UT i na h -ésima hora $i = 1, \dots, M$ $h = 1, \dots, H$

velocidade de processamento de correio na UT i

$$x_{ij} \leq b_i w_{ih} \quad i = 1, \dots, M - 3 \quad j = 1, \dots, N \quad h = \lceil j/4 \rceil$$

$$x_{M-2,j} + x_{M-1,j} \leq b_{M-2} w_{M-2,h} \quad j = 1, \dots, N \quad h = \lceil j/4 \rceil$$

$$w_{ih} \leq l_i \quad i = 1, \dots, M - 2 \quad h = 1, \dots, H$$

número máximo de trabalhadores na UT i

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N$$

$$w_{ih} \in \mathbb{N}_0 \quad i = 1, \dots, M \quad h = 1, \dots, H$$

Formulação – Restrições de ligação dos trabalhadores por hora e UT aos horários praticados

M : número total de UTs

N : número total de períodos de transferência (15 min.) ; $M1$: até às 23:00

H : número de períodos horários (entre as 17:00 e as 4:00)

K : número de horários de trabalho (de 3 a 8 horas)

w_{ih} \equiv número de trabalhadores na UT i na h -ésima hora

$i = 1, \dots, M$ $h = 1, \dots, H$

v_k \equiv número de trabalhadores no horário k

$k = 1, \dots, K$

$$\sum_{i=1}^{M-2} w_{ih} = \sum_{k=1}^K a_{kh} v_k \quad h = 1, \dots, H$$

$a_{kh} = 1$ se a h -ésima hora é coberta pelo horário k

$$w_{ih} \in \mathbb{N}_0$$

$$i = 1, \dots, M \quad h = 1, \dots, H$$

$$v_k \in \mathbb{N}_0$$

$$k = 1, \dots, K$$

Formulação

Minimizar
$$\sum_{k=1}^K c_k v_k$$

Sujeito a

M : número total de UTs ($M=9$)
 N : número total de períodos de transferência (15 min.) ; $N1$: até às 23:00 ($N=44$)
 H : número de períodos horários (entre as 17:00 e as 4:00) ($H=11$)
 K : número total de horários de trabalho (de 3 a 8 horas) ($K=39$)

$$q_{ij} + s_{i,j-1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} (p1_{ri} x_{r,j-1}) = x_{ij} + s_{ij} \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N1$$

$$q_{ij} + s_{i,j-1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} (p2_{ri} x_{r,j-1}) = x_{ij} + s_{ij} \quad i = 1, \dots, M \quad j = N1 + 1, \dots, N$$

$$s_{i,N1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p1_{ri} x_{r,N1} \leq l_i \quad ; \quad s_{i,N} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p2_{ri} x_{r,N} \leq l_i \quad i = 1, \dots, M - 1$$

$$\sum_{i=M-1}^M \left(s_{i,N1} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p1_{ri} x_{r,N1} \right) \geq 0,99 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N1-\alpha_i} q_{ij} \quad ; \quad s_{M,N} + \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{M-1} p2_{rM} x_{r,N} \geq 0,99 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-\alpha_i} q_{ij}$$

$$x_{ij} \leq b_i w_{ih} \quad i = 1, \dots, M - 3 \quad j = 1, \dots, N \quad h = \lceil j/4 \rceil$$

$$x_{M-2,j} + x_{M-1,j} \leq b_{M-2} w_{M-2,h} \quad j = 1, \dots, N \quad h = \lceil j/4 \rceil$$

$$w_{ih} \leq l_i \quad i = 1, \dots, M - 2 \quad h = 1, \dots, H$$

$$\sum_{i=1}^{M-2} w_{ih} = \sum_{k=1}^K a_{kh} v_k \quad h = 1, \dots, H$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad s_{ij} \geq 0 \quad w_{ih} \in \mathbb{N}_0 \quad v_k \in \mathbb{N}_0 \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N \quad h = 1, \dots, H \quad k = 1, \dots, K$$

Resultados

Recorrendo ao modelo proposto, pretende-se analisar as necessidades diárias de recursos humanos para a AT5.

- **A planificação de recursos na AT5 é efectuada semanalmente.**
- **As quantidades diárias de correio registado recebido variam ao longo do ano.**

No ano de 2001 foram recolhidas 251 observações diárias, relativas ao volume total de correio recebido na AT5:

$$Q = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-\alpha_i} q_{ij}$$

verificando-se: $\bar{Q} = 46925$ e $s_Q = 13715,923$.

Não há evidência de que a amostra siga uma distribuição Normal.

(Teste de Kolmogorov-Smirnov com correcção de Lilliefors)

Resultados

O estudo incidiu nos seguintes quatro pontos:

- i) Caso médio ($Q=46925$), incluindo algumas alterações nos parâmetros do modelo;**
- ii) Comparação entre quantidades pequenas, médias e elevadas de correio recebido, considerando $Q=36709$ (1º quartil) , $Q=46925$ (média) e $Q=55006$ (3º quartil);**
- iii) Análise das semanas com maior e menor volume médio de correio recebido, considerando a observação mediana, respectivamente com $Q=25947$ e $Q=69039$;**
- iv) Análise das semanas com maior e menor diferença entre as respectivas observações máxima e mediana.**

Resultados – Caso médio ($Q = 46925$)

Solução óptima do P.L.: 610,36 € (0,28 segundos).

Execução do Branch-and-bound:

Gap de dualidade = 1,27%

Melhor limite inferior

Melhor limite superior

638,69 € ≤ Solução óptima ≤ 646,88 €

104 horas

Após 12 horas de execução.

MIP solver - CPLEX 7.0

diferença máxima de 1 hora

Pentium III 800 Mhz

Se considerássemos antes as restrições $\sum_{i=1}^{M-2} w_{ih} \leq \sum_{k=1}^K a_{kh} v_k$

Gap de dualidade = 1,62%

636,41 € ≤ Solução óptima ≤ 646,88 €

104 horas

Resultados – Caso médio ($Q = 46925$)

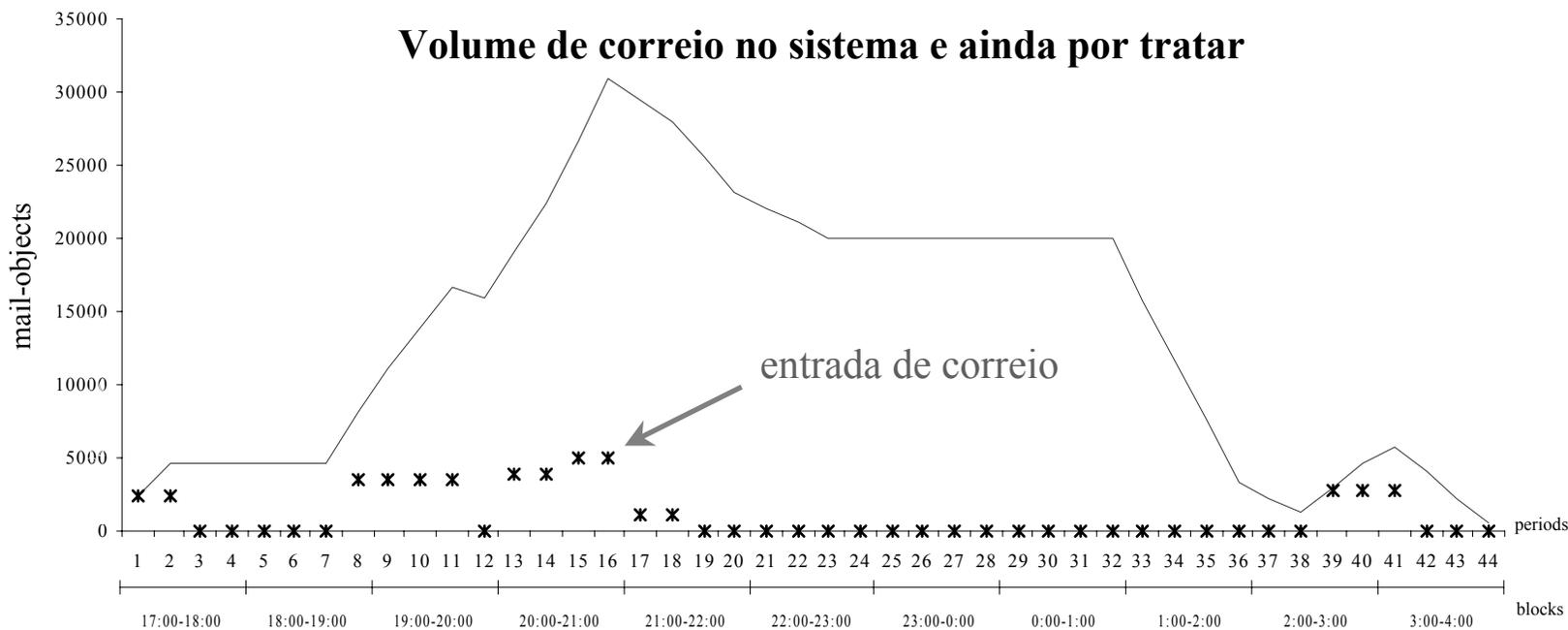
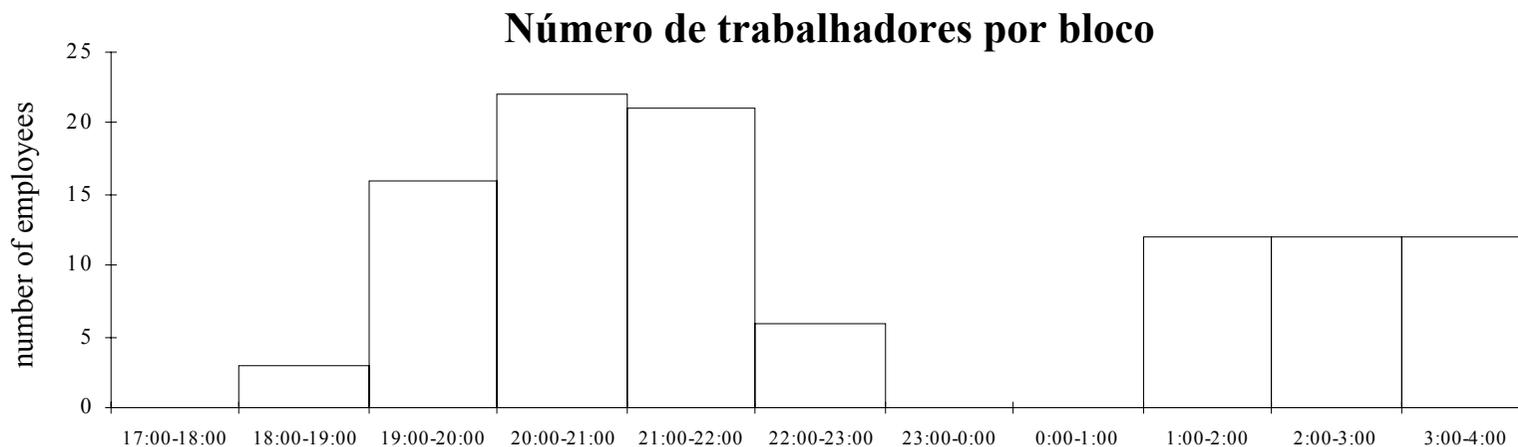
Número de trabalhadores em cada bloco e em cada UT: variáveis w_{ih} .

Bloco (1 hora)	Número de trabalhadores por UT: (w_{ih})							Total
	UT1	UT2	UT3	UT4	UT5	UT6	UT7-8	
17:00-18:00	0	0	0	0	0	0	0	0
18:00-19:00	1	0	1	1	0	0	0	3
19:00-20:00	2	1	1	7	2	1	2	16
20:00-21:00	3	2	0	9	5	1	2	22
21:00-22:00	1	1	3	6	3	0	7	21
22:00-23:00	0	0	1	0	1	1	3	6
23:00-00:00	0	0	0	0	0	0	0	0
00:00-01:00	0	0	0	0	0	0	0	0
01:00-02:00	0	0	0	0	0	0	12	12
02:00-03:00	0	0	1	6	2	0	3	12
03:00-04:00	0	0	1	3	2	1	5	12

Solução com custo 646,88 € e duração 104 horas.

Resultados – Caso médio ($Q = 46925$)

Melhor solução admissível: 646,88 €, duração 104 horas.



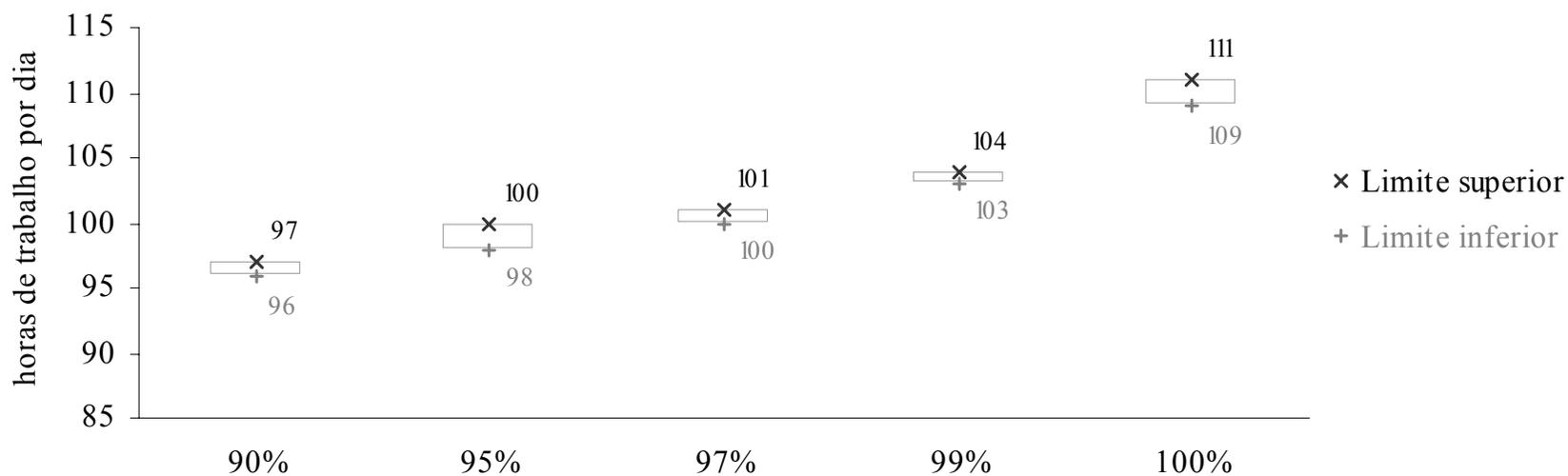
Resultados – Caso médio ($Q = 46925$)

Se relaxar o critério de qualidade para 97%, 95% e 90%

(mantendo 1% de correio residual nas UT)

Após 12 horas de execução.

Critério de Qualidade	Limite inferior	Limite superior	Gap
97%	617.25 €	628.25 € = 101 horas	1.751 %
95%	609.55 €	622.04 € = 100 horas	2.008 %
90%	591.85 €	603.38 € = 97 horas	1.911 %



Resultados – Caso médio ($Q = 46925$)

Número de trabalhadores por horário de trabalho: variáveis v_k .

Melhor solução admissível:

									12	12	12
			6	6	6						
		13	13	13							
	2	2	2	2							
	1	1	1								
17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00	24:00	1:00	2:00	3:00	4:00

Custo laboral:
646,88 €
(104 horas)

Solução óptima se houvesse apenas horários de 8 horas:

			10	10	10	10	10	10	10	10	10
		3	3	3	3	3	3	3	3		
	6	6	6	6	6	6	6	6			
17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00	24:00	1:00	2:00	3:00	4:00

Custo laboral:
945,44 €
(152 horas)

Resultados – Quantidades diárias baixas, médias e elevadas

Quando consideramos os casos:

1º quartil: $Q_1 = 36709$, média: $\bar{Q} = 46925$ e 3º quartil: $Q_3 = 55006$.

Obtém-se, após 12 horas de execução.

Melhores soluções admissíveis obtidas

Blocos	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00	0:00-1:00	1:00-2:00	2:00-3:00	3:00-4:00	Total
Q_1	0	2	11	17	16	7	0	0	10	10	10	83
\bar{Q}	0	3	16	22	21	6	0	0	12	12	12	104
Q_3	1	1	15	25	24	11	0	0	15	15	15	122

Observações:

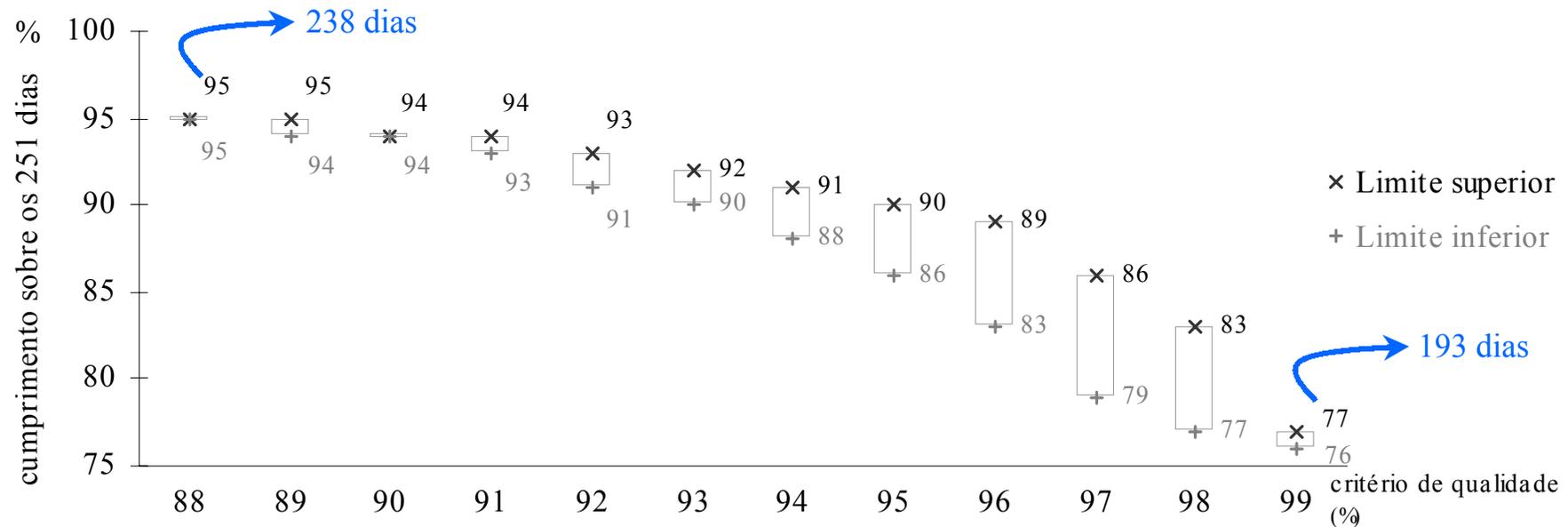
- Uma força de trabalho entre 83 e 122 horas permite responder a 50% dos 251 dias.
- A solução que envolve 122 horas é suficiente para responder a 75% dos 251 dias.

Resultados – Quantidades diárias baixas, médias e elevadas

Nova questão:

Mantendo uma força de trabalho de 122 horas por dia, qual o aumento na capacidade de resposta aos 251 dias, para além dos 75% referidos, quando permitimos uma diminuição do critério de qualidade (99%) ?

Níveis de cumprimento, mantendo as 122 horas de trabalho, com variação do critério de qualidade



Resultados – Semanas com média de correio recebido, baixa e elevada

Recorde que a empresa define planos semanais de trabalho.

Consideramos os casos:

Semana com menor média de correio recebido: mediana $Q^- = 25947$; (Agosto)

Semana com maior média de correio recebido: mediana $Q^+ = 69039$. (Dezembro)

Soluções do B&B para os dois cenários: Q^- e Q^+

Volume diário recebido	Limite Inferior	Limite Superior	GAP de dualidade
$Q^- = 25947$	376.50 € → 61 horas	379.42 € = 61 horas	0.77 %
$Q^+ = 69039$	914.82 € → 147 horas	933.00 € = 150 horas	1.95 %

Para uma força de trabalho de **122 horas**, este caso pertence ao grupo das 5% piores observações, logo proporcionaria um critério de qualidade inferior a 88%.

Resultados – Semanas com média de correio recebido, baixa e elevada

Recorde que a empresa define planos semanais de trabalho.

Consideramos os casos:

Semana com menor média de correio recebido: mediana $Q^- = 25947$; (Agosto)

Semana com maior média de correio recebido: mediana $Q^+ = 69039$. (Dezembro)

Soluções do B&B para os dois cenários: Q^- e Q^+

Volume diário recebido	Limite Inferior	Limite Superior	GAP de dualidade
$Q^- = 25947$	376.50 € → 61 horas	379.42 € = 61 horas	0.77 %
$Q^+ = 69039$	914.82 € → 147 horas	933.00 € = 150 horas	1.95 %

Utilizando os recursos propostos nesta análise, para as duas semanas consideradas, temos:

Semana com **menor** média: máximo $Q = 28366$, as 61 horas garantem um critério de qualidade de 98%;

Semana com **maior** média: máximo $Q = 77950$, as 150 horas garantem um critério de qualidade de 96%.

Resultados – Semanas com maior e menor amplitude de observações

Recorde que a empresa define planos semanais de trabalho.

Consideramos os casos:

Semana com **menor** amplitude de observações;

Semana com **maior** amplitude de observações.

Amplitude = máxima – mediana

Soluções do B&B para os dois cenários, resolvido para a observação mediana

	Objectos-postais			Considerando a observação mediana	
	Mediana	Máximo	Diferença	Limite Inferior	Limite Superior
Menor diferença	58818	59821	1003	782.05 € → 126 horas	802.38 € = 129 horas
Maior diferença	46421	64784	18363	632.57 € → 102 horas	646.88 € = 104 horas

Resultados – Semanas com maior e menor amplitude de observações

Recorde que a empresa define planos semanais de trabalho.

Soluções do B&B para os dois cenários, resolvido para a observação mediana

	Objectos-postais			Considerando a observação mediana	
	Mediana	Máximo	Diferença	Limite Inferior	Limite Superior
Menor diferença	58818	59821	1003	782.05 € → 126 horas	802.38 € = 129 horas
Maior diferença	46421	64784	18363	632.57 € → 102 horas	646.88 € = 104 horas

Qual a reacção na qualidade do serviço quando o sistema se confronta com o cenário de volume máximo?

Objectivo: maximizar ϕ (critério de qualidade)

	Máximo	Força de trab.	Limite Inferior	Limite Superior
Menor Diferença	59821 o-p	129 horas	$\phi \geq 0.99 = 59256$ o-p	$\phi \leq 0.995 = 59500$ o-p
Maior Diferença	64784 o-p	104 horas	$\phi \geq 0.81 = 52442$ o-p	$\phi \leq 0.815 = 52773$ o-p