

Exame de Estatística**Duração:** 2h 30m

14-01-2009

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

I A fim de realizar um estudo estatístico sobre as vendas diárias de um reagente num determinado fornecedor de produtos químicos, foram registados os valores, expressos em dezenas de litros, da quantidade de reagente vendido durante 45 dias aleatoriamente escolhidos. A amostra recolhida encontra-se resumida no quadro abaixo.

Vendas de reagente]7.5, 8.5]]8.5, 9.5]]9.5, 10]]10, 11]]11, 12.5]
Nº de dias	6	10	12	12	5

1. Obtenha a função de frequências acumuladas associada à amostra observada.
2. Determine o intervalo interquartil desta distribuição estatística.
3. Indique um estimador cêntrico e convergente da variância da quantidade de reagente vendido diariamente no referido fornecedor e calcule a estimativa correspondente àquela amostra.
4. No quadro seguinte apresentam-se os resultados obtidos, por meio do *software* estatístico SPSS, dum teste, realizado com base nesta amostra, da hipótese "a média da quantidade de reagente vendido é 9.8" relativamente à sua complementar.

One-Sample Test

	Test Value = 9.8		
	t	df	Sig. (2-tailed)
VendaReag	-,174	44	,863

Justificando convenientemente, indique qual a decisão a tomar.

5. Com o objectivo de testar a normalidade da distribuição subjacente a esta amostra, foi utilizado o teste de ajustamento do χ^2 , com base numa certa partição de \mathbb{R} para a qual as frequências esperadas associadas a algumas das classes estão expressas no quadro abaixo.

]−∞, 8.5]]8.5, 9.5]]9.5, 10]]10, 11]]11, +∞[
5.1		8.28	13.94	

- a) Complete o quadro anterior e teste, ao nível de significância 0.05, se a característica em causa segue uma lei normal.
- b) Supondo verdadeira a hipótese acima testada, determine um intervalo real que contenha, com uma confiança de 98%, a variância da quantidade de reagente vendido diariamente em tal fornecedor.

II O número de acidentes que ocorrem semanalmente em determinada rotunda de uma certa cidade é bem descrito por uma variável aleatória real X seguindo uma lei de Poisson de parâmetro λ . Seja (X_1, \dots, X_n) uma amostra aleatória de dimensão n de X .

1. Estime, pelo método da máxima verosimilhança, o parâmetro λ .
2. Que pode afirmar quanto à centricidade e convergência do estimador obtido na alínea anterior?
3. Mostre que os métodos dos momentos e da máxima verosimilhança conduzem ao mesmo estimador da probabilidade do acontecimento $\{X > 0\}$.
4. Em 10 semanas aleatoriamente escolhidas foi registado o número de acidentes que ocorreram em tal rotunda, tendo-se obtido a seguinte amostra:

$(1, 3, 0, 1, 2, 0, 4, 2, 1, 0)$.

Com base nesta amostra, obtenha uma estimativa do valor da probabilidade de ocorrerem acidentes, na referida rotunda, numa qualquer semana. Interprete o resultado obtido.

5. Obtenha a região crítica de um teste que seja o mais potente de nível α ($\alpha \in]0, 1[$) para testar as hipóteses

$$H_0 : \lambda = \lambda_0 \text{ contra } H_1 : \lambda = \lambda_1,$$

com $\lambda_1 < \lambda_0$ arbitrariamente fixos.

Cotação

I - 12.0 valores

II - 8.0 valores