Aula de Polinómios 8º ano

Ensino da Matemática I
Tânia Lopes

FCTUC - Departamento de Matemática
27 de Janeiro de 2012

Definição de polinómio

Um polinómio é uma soma algébrica em que a variável x não aparece no denominador.

Definição de polinómio

Um polinómio é uma soma algébrica em que a variável x não aparece no denominador.

Exemplo:

$$4x^5 + 3x^3 + \frac{2}{5}x - 34$$

Definição de monómio

Um monómio é cada uma das parcelas que constitui a soma, ou seja, é um número ou um produto de números, alguns deles podem ser representados por letras e assim podem tomar quaisquer valores (a isto chama-se variável).

Definição de monómio

Um monómio é cada uma das parcelas que constitui a soma, ou seja, é um número ou um produto de números, alguns deles podem ser representados por letras e assim podem tomar quaisquer valores (a isto chama-se variável).

Exemplo: O polinómio,

$$x^5 + 3x^3 + \frac{2}{5}x - 34$$

têm 4 monómios.

Definição de binómio

Um binómio é um polinómio com dois monómios.

Definição de binómio

Um binómio é um polinómio com dois monómios.
Exemplo:

$$x^5 + 34$$

Definição de trinómio

Um trinómio é um polinómio com três monómios.

Definição de trinómio

Um trinómio é um polinómio com três monómios.

Exemplo:

$$3x^3 + \frac{2}{5}x - 34$$

Definição de Monómios Semelhantes

Chamam-se monómios semelhantes aos monómios que têm a mesma parte literal, ou seja,

- $2x^2$, $\frac{5}{8}x^2$, $-6x^2$ são monómios semelhantes de parte literal x^2;
- $-\frac{1}{2}x$, $5x$, $-82x$ são monómios semelhantes de parte literal x;
- -4, $\frac{3}{2}$, 6, $-\frac{2}{5}$ são monómios semelhantes de parte literal chamados termos independentes.

Operações de Polinómios

- Adição;
- Subtracção;
- Multiplicação;
- Divisão (dada mais tarde).

Adição

A soma de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando os dois polinómios pelo sinal de adição.

Exemplo:

A soma dos polinómios,

$x^4 + 2x^2 - 5x - 3$ e $-2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 4x - 2$.

Adição

A soma de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando os dois polinómios pelo sinal de adição.

Exemplo:

A soma dos polinómios,

$x^4 + 2x^2 - 5x - 3$ e $-2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 4x - 2$.

$$(x^4+2x^2-5x-3)+(-2x^4-3x^3-5x^2+4x-2) = -x^4-3x^3-3x^2-x-5$$

.

Subtracção

A diferença de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de subtracção, aqui deve-se colocar correctamente os parêntesis.

Exemplo:

A diferença dos polinómios,

$x^4 + 2x^2 - 5x - 3$ e $-2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 4x - 2$.

Subtracção

A diferença de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de subtracção, aqui deve-se colocar correctamente os parêntesis.

Exemplo:

A diferença dos polinómios,
$x^4 + 2x^2 - 5x - 3$ e $-2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 4x - 2$.

$$(x^4+2x^2-5x-3)-(-2x^4-3x^3-5x^2+4x-2) = 3x^4+3x^3+7x^2-9x-1$$

.

Multiplicação

O produto de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de multiplicação.

Multiplicação

O produto de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de multiplicação.
Aqui temos três casos:

Multiplicação

O produto de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de multiplicação.
Aqui temos três casos:

- Multiplicação de dois monómios

Multiplicação

O produto de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de multiplicação.
Aqui temos três casos:

- Multiplicação de dois monómios
- Multiplicação de um monómio por um polinómio

Multiplicação

O produto de dois polinómios é o polinómio que se obtém ligando-os pelo sinal de multiplicação.
Aqui temos três casos:

- Multiplicação de dois monómios
- Multiplicação de um monómio por um polinómio
- Multiplicação de dois polinómios

Caso 1: Multiplicação de dois monómios

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2$ com $2x$ é,

$$(-3x^2) * (2x) = -6x^3$$

.

Caso 1: Multiplicação de dois monómios

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2$ com $2x$ é,

$$(-3x^2) * (2x) = -6x^3$$

.

Em geral,

$$(ax^{\alpha}) * (bx^{\beta}) = abx^{\alpha+\beta}$$

Caso 2: Multiplicação de um monómio com um polinómio

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2$ com $2x+1$ é,

$$(-3x^2) * (2x+1) = -6x^3 - 3x^2$$

.

Caso 2: Multiplicação de um monómio com um polinómio

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2$ com $2x+1$ é,

$$(-3x^2) * (2x+1) = -6x^3 - 3x^2$$

.

Em geral,

$$(ax^{\alpha}) * (bx^{\beta} + cx^{\gamma}) = abx^{\alpha+\beta} + acx^{\alpha+\gamma}$$

Caso 3: Multiplicação de dois polinómios

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2 - 2x - 3$ com $2x + 1$ é,

$$(-3x^2 - 2x - 3) * (2x + 1) = -6x^3 - 3x^2 - 4x^2 - 2x - 6x - 3 =$$

$$= -6x^3 - 7x^2 - 8x - 3$$

.

Caso 3: Multiplicação de dois polinómios

Exemplo: A multiplicação de $-3x^2 - 2x - 3$ com $2x + 1$ é,

$$(-3x^2 - 2x - 3) * (2x + 1) = -6x^3 - 3x^2 - 4x^2 - 2x - 6x - 3 =$$

$$= -6x^3 - 7x^2 - 8x - 3$$

.

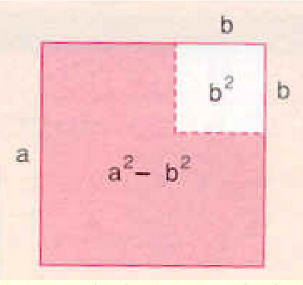
Em geral,

$$(a_0 x^n + ... + a_{n-1}x + a_n) * (b_0 x^m + ... + b_{m-1}x + b_m) =$$
$$= (a_0 x^n) * (b_0 x^m + ... + b_{m-1}x + b_m) +$$
$$+ ... + (a_{n-1}x) * (b_0 x^m + ... + b_{m-1}x + b_m) + a_n * (b_0 x^m + ... + b_{m-1}x + b_m)$$

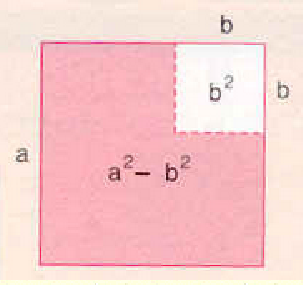
Na multiplicação de dois polinómios aplica-se, normalmente, a propriedade distributiva. No entanto, há produtos de polinómios que é possível calcular de uma forma mais rápida. Há dois casos:

- Quadrado de um binómio;
- Diferença de quadrados.

Primeiro caso:Diferença de quadrados

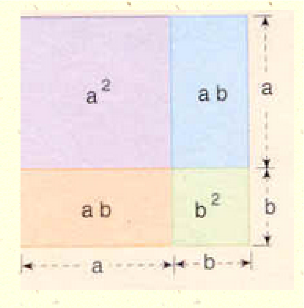


Primeiro caso:Diferença de quadrados

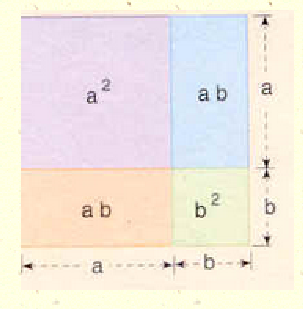


$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Segundo caso: Quadrado de um binómio



Segundo caso: Quadrado de um binómio



$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Generalizando...

O quadrado de um binómio é o polinómio cujos termos são: o quadrado do 1^o monómio, o dobro do produto do 1^o monómio pelo 2^o e o quadrado do 2^o monómio, ou seja,

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Forma 1) Pondo em evidência factores comuns

Exemplo:

$$3x^3 + 9x^2 - 12x + 15 = 3(x^3 + 3x^2 - 4x + 5)$$

Aplicou-se a propriedade distributiva no sentido inverso do que é habitual: $a * b + a * c = a * (b + c)$.
Chama-se a este procedimento pôr em evidência os factores comuns aos vários termos do polinómio.

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

$(2a-3)^2$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Exemplo:
$(2a-3)^2 = (2a)^2 - 2*2a*3 + 3^2 = 4a^2 - 12a + 9$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

$(2a-3)^2 = (2a)^2 - 2 * 2a * 3 + 3^2 = 4a^2 - 12a + 9$

$$\left(2y + \frac{1}{5}\right)^2$$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

$(2a-3)^2 = (2a)^2 - 2 * 2a * 3 + 3^2 = 4a^2 - 12a + 9$

$$\left(2y + \frac{1}{5}\right)^2 = 4y^2 + \frac{4}{5}y + \frac{1}{25}$$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

$(2a-3)^2 = (2a)^2 - 2*2a*3 + 3^2 = 4a^2 - 12a + 9$

$$\left(2y + \frac{1}{5}\right)^2 = 4y^2 + \frac{4}{5}y + \frac{1}{25}$$

$$\left(b - \frac{1}{5}\right)\left(b + \frac{1}{5}\right)$$

Forma 2) Utilizando os casos notáveis da multiplicação

Recorda (casos notáveis):

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

$(2a-3)^2 = (2a)^2 - 2 * 2a * 3 + 3^2 = 4a^2 - 12a + 9$

$$\left(2y + \frac{1}{5}\right)^2 = 4y^2 + \frac{4}{5}y + \frac{1}{25}$$

$$\left(b - \frac{1}{5}\right)\left(b + \frac{1}{5}\right) = b^2 - \frac{1}{25}$$

Forma 3) Utilizando os dois processos anteriores

Exemplo:

$$\left(-\frac{1}{2}x+3\right)\left(-\frac{1}{2}x-3\right)-3\left(-x-\frac{1}{2}\right)^2$$

Forma 3) Utilizando os dois processos anteriores

Exemplo:

$$\left(-\frac{1}{2}x+3\right)\left(-\frac{1}{2}x-3\right)-3\left(-x-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{11}{4}x^2-3x-\frac{39}{4}$$

Forma 3) Utilizando os dois processos anteriores

Exemplo:

$$\left(-\frac{1}{2}x+3\right)\left(-\frac{1}{2}x-3\right)-3\left(-x-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{11}{4}x^2-3x-\frac{39}{4}$$

$$\left(2-\frac{1}{2}x\right)\left(2+\frac{1}{2}x\right)-2\left(x-3\right)^2$$

Forma 3) Utilizando os dois processos anteriores

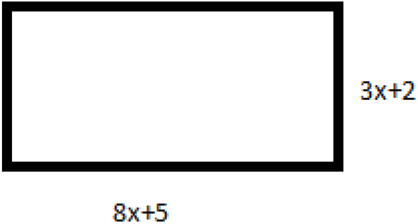
Exemplo:

$$\left(-\frac{1}{2}x+3\right)\left(-\frac{1}{2}x-3\right)-3\left(-x-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{11}{4}x^2-3x-\frac{39}{4}$$

$$\left(2-\frac{1}{2}x\right)\left(2+\frac{1}{2}x\right)-2\left(x-3\right)^2=-\frac{9}{4}x^2+12x-14$$

Exercício 1:

Qual é o perímetro do retângulo, sabendo que as medidas dos lados é dado pelas expressões abaixo da figura?



Exercício 2:

Efetue e simplifique.

a) $(2-x)^2-(4-x)(4+x)$

b) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x\right)$

c) $(a+3)(b+5)$

d) $2(3x+1)^2(2x-3)(2x+1)$

Neves, Maria Augusta Ferreira; Guerreiro, Luís; Neves, Armando; Matemática - 2 Parte, 8ano, Porto Editora, 1a Edição, 2008