Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Teste de Estatística

Duração: 45m 25-11-09

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

Seja X uma variável aleatória real que segue a lei de Poisson de parâmetro λ. Considere uma amostra aleatória de dimensão n de X, $(X_1, \ldots, X_n)$.

1. Determine um estimador T_n da máxima verosimilhança para λ.

2. Que pode afirmar quanto à centricidade e convergência do estimador T_n de λ?

3. Para $k \in \mathbb{N}_0$ arbitrariamente fixo, obtenha um estimador, $\hat{p}_k$, de $p_k = P(X = k)$ convergente quase certamente.

4. Para n suficientemente grande ($n \geq 30$), obtenha uma boa aproximação da lei da estatística T_n. Justifique convenientemente a sua resposta.

5. Suponha que X descreve o número de chamadas que chegam diariamente a uma central telefónica durante um certo período do dia. Foi efectuado o registo de tal número durante 62 dias de funcionamento da referida central, aleatoriamente escolhidos. Os resultados obtidos estão resumidos na tabela seguinte:

n^o de chamadas	0	1	2	3	4	5	6	>6
n^o de dias	12	20	18	8	2	1	1	0

a) Obtenha uma estimativa da máxima verosimilhança da probabilidade de que chegue pelo menos uma chamada, naquele período do dia, à referida central.

b) Determine um intervalo real que contenha, com uma confiança de 95%, o verdadeiro valor do número médio de chamadas que chegam diariamente a tal central telefónica naquele período do dia.