



Nome: _____ Ano: 12º Turma: _____

Números Complexos

1. A partir de $i^2 = -1$.

i) Calcule:

- a) i^3 ;
- b) i^4 ;
- c) i^6 ;
- d) i^7 ;
- e) i^{10} ;
- f) i^{96} ;
- g) i^{105} .

ii) Para todo $n \in \mathbb{N}$ calcule:

- a) i^{4n} ;
- b) i^{4n+1} ;
- c) i^{4n+2} ;
- d) i^{4n+3} .

2. Indique $\text{Re}(z)$ e $\text{Im}(z)$ em cada um dos casos seguintes:

- i) $z = 2 - 5i$;
- ii) $z = -2$;
- iii) $z = 3i$;
- iv) $z = \frac{1}{2} - \frac{i}{3}$.

3. Efetue e apresente o resultado na forma $a + bi$:

- i) $(5 - 2i) + (7 + 3i)$;
- ii) $(2 - 3i) - (4 + 5i)$;
- iii) $(-1 + 4i) - (-6 + i)$.

4. Verifique que 0 é o elemento neutro da adição em \mathbb{C} .

5. Efetue:

- i) $3i(2 + 4i)$;
- ii) $(3 + 2i)(-5 - i)$;
- iii) $(2 - 3i)^2$.

6. Mostre que 1 é o elemento neutro da multiplicação em \mathbb{C} .

7. Indique o conjugado de cada um dos seguintes números complexos:

i) $3 - 2i$;

ii) $4 + 2i$;

iii) $-3i$;

iv) $\frac{1}{2}$.

8. Sendo $z = a + bi$ e $w = c + di$, mostre que:

i) $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$;

ii) $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$;

iii) $\overline{z - w} = \bar{z} - \bar{w}$;

iv) $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}}$, para $w \neq 0$.

9. Represente, no plano complexo, as imagens dos complexos:

i) $1 + 3i$;

ii) $\frac{9}{2} + i$;

iii) $-\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$;

iv) $-3 + \frac{7}{2}i$;

v) $-1 + 2i$.

10. Prova que:

i) $1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$;

ii) $1 - \frac{(\cos \theta)^2}{1 + \sin \theta} = \sin \theta$;

iii) $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(\cos x)^2} = (\tan x)^2$.