MEIOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO

TRABALHO Nº 4

Trabalho realizado por Liete Soares Marta Salvador Inácio

Mestrado no Ensino da Matemática no Ensino Básico e no Secundário

10 de Junho de 2012

INDICE

Introdução

Pontos notáveis de um triângulo

Definição de Triângulo

Elementos do Triângulo

Classificação de triângulos quanto ao comprimento dos seus lados

Classificação de triângulos quanto aos seus ângulos

Centros de um Triângulo

- Circuncentro de um triângulo
- Incentro de um triângulo
- Ortocentro de um triângulo
- Baricentro de um triângulo

Recta de Euler

Conclusão

Referências Bibliográficas

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi realizado no âmbito da disciplina de Meios Computacionais no Ensino da Matemática. Consiste na elaboração de um trabalho escrito incorporando um tema retirado da página web da "Casa das Ciências". Pretende-se ainda que todas as ilustrações que constem no trabalho sejam criadas ou no software *Cinderella* – programa de Geometria Dinâmica da autoria de J. Richter – Gebert e U. H. Kortenkamp focado na investigação de construções geométricas de grande qualidade – ou no software *Poly* – programa de Geometria focado na exploração de poliedros.

A primeira fase do trabalho, que consistiu na escolha do tema ou do assunto a abordar e a desenvolver, não foi fácil considerando a panóplia de temas disponibilizados na página da "Casa das Ciências". Após uma intensa análise dos materiais disponíveis neste site, relativamente a temas relacionados com a matemática, acabei por escolher o seguinte:

Categoria: Documentos/Matemática/3º Ciclo do EB

Pontos notáveis de um triângulo

Descritivo : Estudo dos pontos notáveis de um triângulo (baricentro, ortocentro, circuncentro e incentro) usando o Geogebra.
Poderá ser manipulado pelos alunos de forma autónoma ou utilizado pelo professor na aula.
Para ver este objecto deverá ter instalado o Geogebra, que poderá encontrara na nossa página de utilidades.

Interactividade: ***Activo***
Tempo: ***Variável***
Categorizado em: ***Documentos/Matemática/3º Ciclo do EB***
Tema: ***Geometria - Triângulos (8ºano)***
Unidade Didáctica: ***Várias***
Palavras-Chave: ***Matematica,***
Enviado por: Erika Bizarr

A geometria e a medida são duas áreas da Matemática fundamentais para o dia-a-dia dos cidadãos a que a escola, no entanto, não tem dado a devida atenção. A geometria é normalmente deixada para os finais dos anos lectivos e tratada a partir das definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos.

O ensino da geometria reduz-se, tradicionalmente, à aplicação de fórmulas e à realização de cálculos.

Na resolução de problemas geométricos, é importante que os alunos tenham um tempo apropriado para realizar experiências, elaborar estratégias, formular conjecturas, descrever processos e justificá-los com rigor progressivo.

Os alunos devem recorrer a software de Geometria Dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Os materiais manipuláveis (por exemplo, tangram, peças poligonais encaixáveis e sólidos de enchimento em acrílico) constituem recursos cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria.

Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática.

Neste meu trabalho resolvi desenvolver os conceitos de Circuncentro, Incentro, Ortocentro e Baricentro de um triângulo, muitas vezes referidos como os pontos notáveis de um triângulo.

Começo por fazer uma revisão sobre a definição de triângulo e uma referência aos elementos de triângulos, conceitos necessários para a introdução do tema escolhido.

Todas as ilustrações foram executadas no software de geometria dinâmica "*Cinderella". O* que permitiu interagir e ficar a conhecer, um pouco melhor, as potencialidades deste programa. Neste trabalho as ilustrações aparecem como imagens retiradas de ficheiros que criei no *"Cinderella",* no caso efectivo de utilização em sala de aula, as mesmas ilustrações seriam exploradas de forma dinâmica, com a utilização do software.

PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

• Triângulo

Figura plana limitada por três segmentos de recta (a que se chamam lados).

• Elementos do Triângulo

Observando o triângulo consegue-se identificar alguns dos seus elementos:

- Os pontos A, B e C são os *vértices.*

- Os segmentos de recta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são os *lados do triângulo*.

- Os *ângulos internos* do triângulo são os ângulos cujos vértices são os vértices do triângulo e os lados contêm os lados do triângulo. Assim temos três ângulos internos:

$\angle$ ABC, $\angle$ACB e $\angle$ BAC.

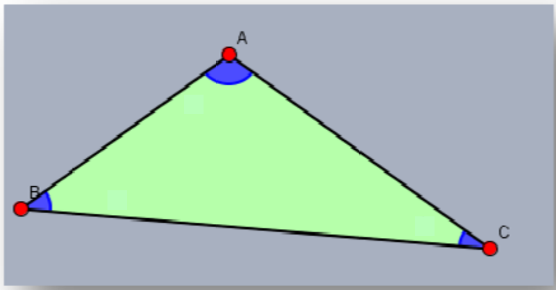


Figura 1

- Os *ângulos externos* são os ângulos formados por um dos lados do triângulo e pelo prolongamento do lado adjacente.

Ângulos α, β e γ.

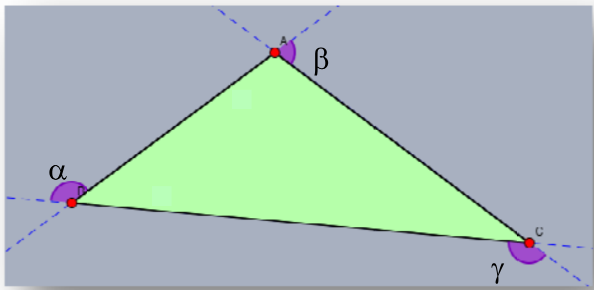


Figura 2

• Classificação de triângulos quanto ao comprimento dos seus lados:

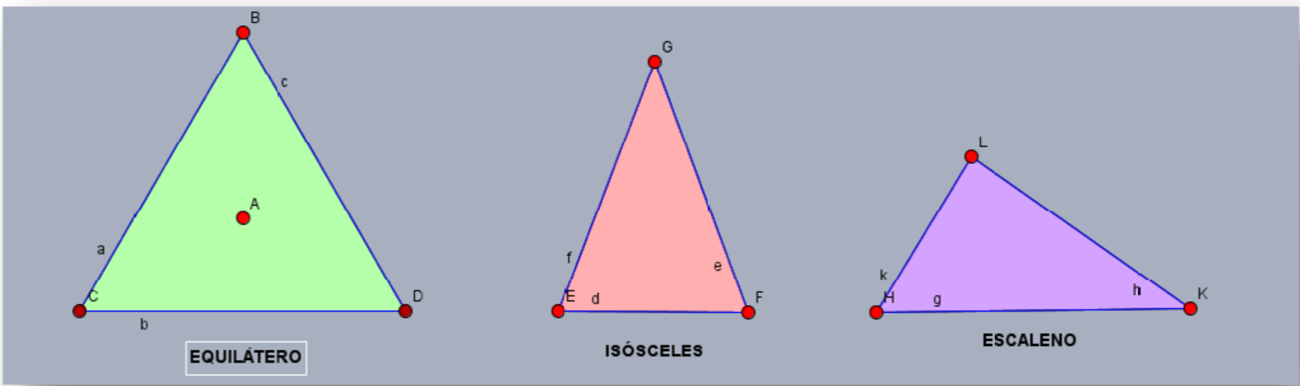


Figura 3

- **Triângulo Equilátero**: os lados têm todos o mesmo comprimento.

- **Triângulo Isósceles**: dois lados com o mesmo comprimento e um lado com comprimento diferente.

- **Triângulo Escaleno**: os três lados têm todos comprimentos diferentes.

• Classificação de triângulos quanto aos seus ângulos:

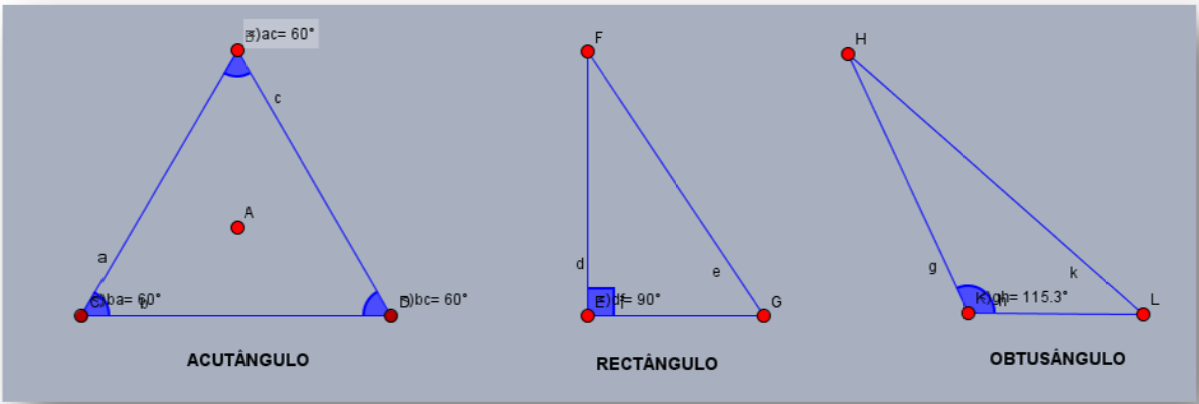


Figura 4

- **Triângulo Acutângulo**: tem três ângulos agudos.

- **Triângulo Isósceles**: tem um ângulo recto.

- **Triângulo Escaleno**: tem um ângulo obtuso.

• Centros de um Triângulo:

Dado um triângulo equilátero, é mais ou menos intuitivo o que se entende pelo centro desse triângulo. No entanto, quando o triângulo não é equilátero, existem várias abordagens possíveis para definir esse ponto. De seguida, veremos algumas definições de centro de um triângulo.

❖ Circuncentro de um triângulo

O Circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção das mediatrizes dos seus lados.

<u>Construção</u> (ver figura 5):

- Dado o triângulo [ABC] encontrar os pontos médios de cada um dos lados do triângulo, pontos E, F e D.

- Pelos pontos E, F e D traçar as rectas perpendiculares aos segmentos de recta $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente.

- Essas rectas intersectam-se no ponto G, que é o Circuncentro do triângulo.

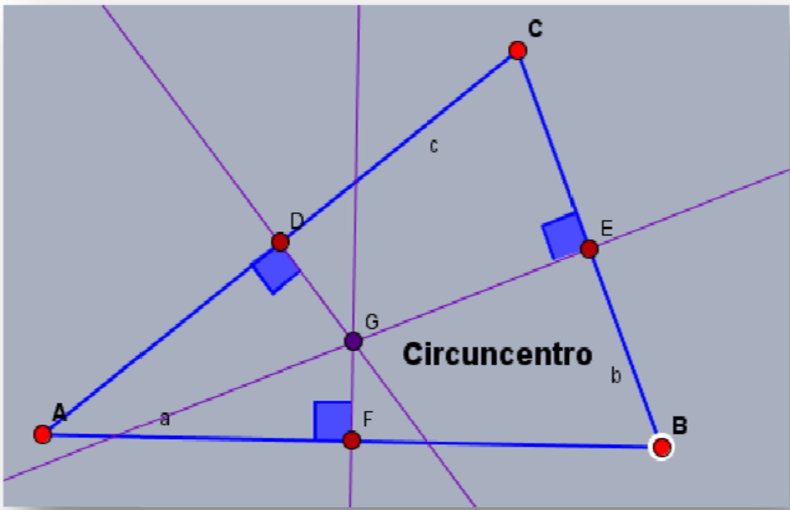
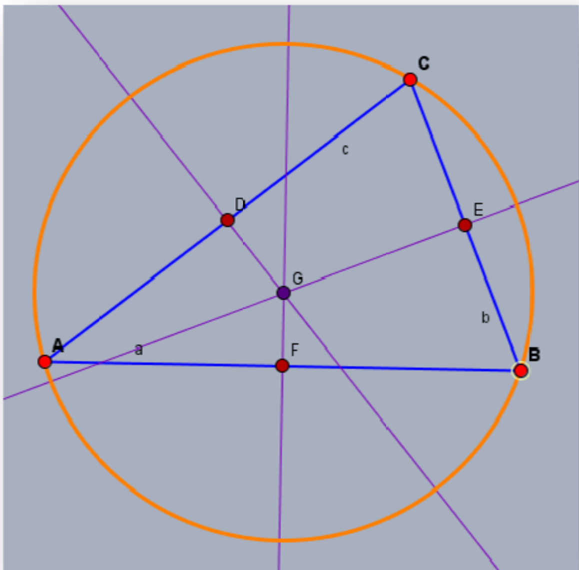


Figura 5

Como o circuncentro do triângulo [ABC] está à mesma distância dos três vértices do triângulo, então é o centro de uma circunferência que passa pelos pontos A, B e C, chamada a *circunferência circunscrita* de [ABC].

No caso de um triângulo acutângulo, o *circuncentro* (ponto G) encontra-se *no interior* do triângulo [ABC].

Ver figura 6.



No caso de o triângulo ser obtusângulo o *circuncentro* (ponto D) encontra-se no *exterior do triângulo* (ver figura 7).

Quando se trata de um triângulo rectângulo o *circuncentro* (ponto M) *coincide com um dos lados do triângulo*, que coincide também com o diâmetro da circunferência circunscrita (ver figura 8).

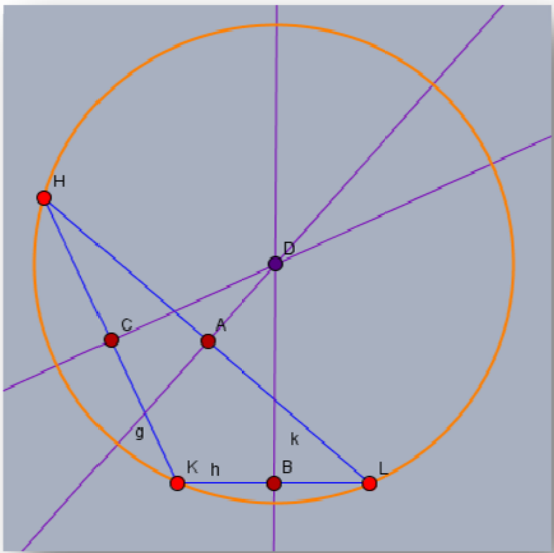


Figura 7

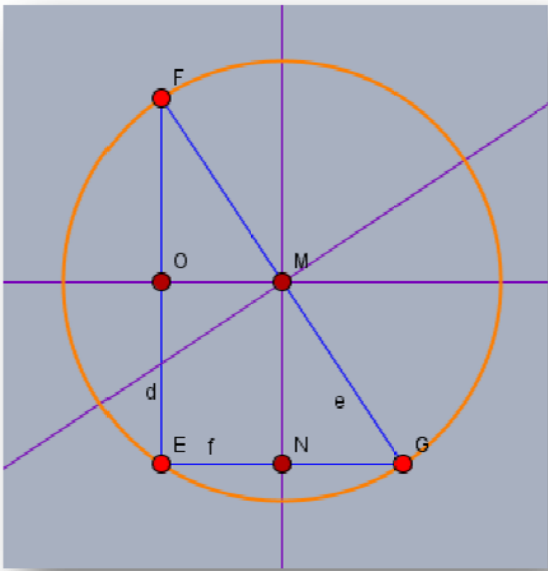


Figura 8

❖ Incentro de um triângulo

O *Incentro* de um triângulo é o ponto de intersecção das bissectrizes dos seus ângulos internos.

<u>*Construção*</u> *(ver figura 9):*

- Dado o triângulo [ABC] traçar as bissectrizes dos ângulos A, B e C.

- As bissectrizes intersectam-se num ponto D que se designa por incentro do triângulo.

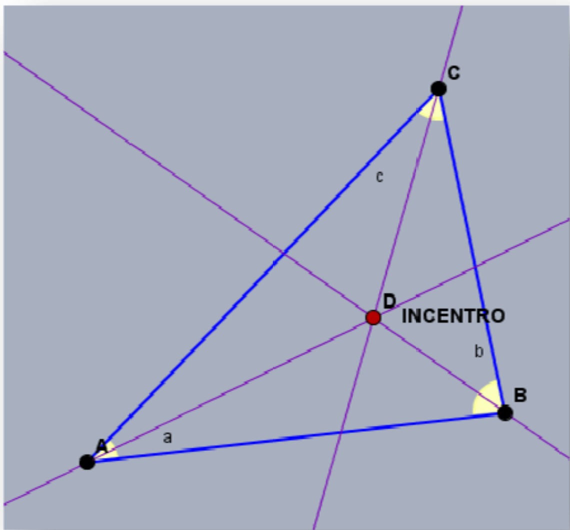


Figura 9

Como o Incentro de um triângulo está à mesma distância dos três lados do triângulo, então é o centro de uma circunferência tangente aos lados do triângulo, chamada de *circunferência inscrita* (ver figura 10)

<u>*Construção*</u> *(ver figura 10):*

- Pelo ponto D (Incentro) traçar as rectas perpendiculares aos lados do triângulo, a intersecção de cada uma das rectas com os lados do triângulo definem os pontos E, F e G.

- Estes pontos pertencem à circunferência circunscrita no triângulo cujo centro é o Incentro.

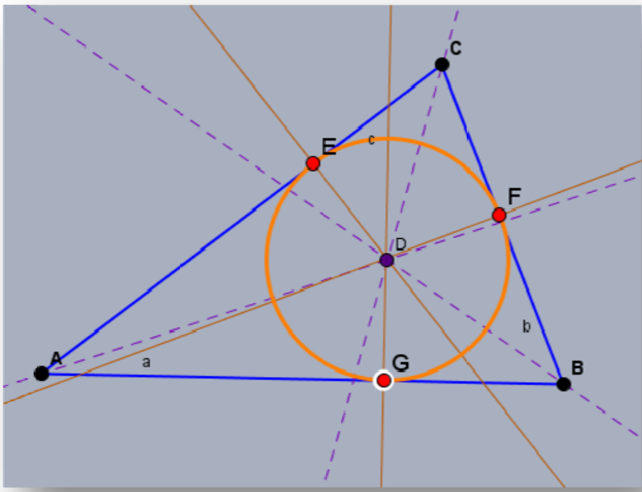


Figura 10

❖ Ortocentro de um triângulo

O *Ortocentro* de um triângulo é o ponto de intersecção das suas três alturas.

A *altura de um triângulo*, é dada pelo segmento de recta, traçado a partir de um vértice de forma a encontrar o lado oposto ao vértice, formando um ângulo recto.

<u>*Construção*</u> *(ver figura 11):*

- Por cada um dos vértices do triângulo [ABC] traçar as rectas perpendiculares ao lado oposto de cada vértice.

- As rectas intersectam-se num ponto G que se designa por Ortocentro do triângulo.

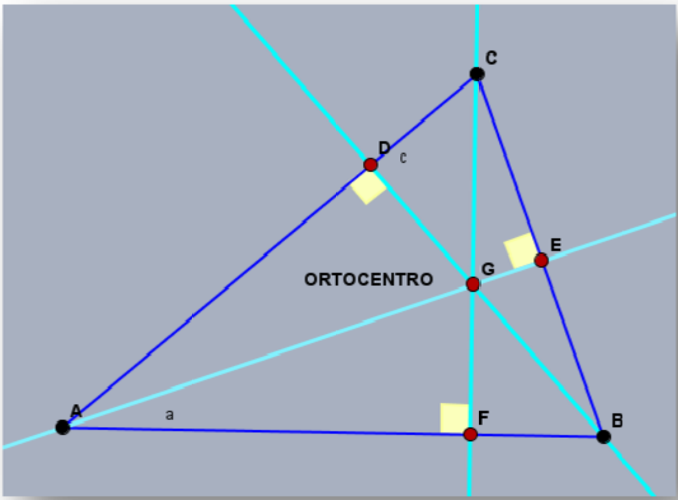


Figura 11

Importantes definições sobre o ortocentro do triângulo:

- No caso de um triângulo acutângulo o *ortocentro* é um ponto da região *interior do triângulo*.

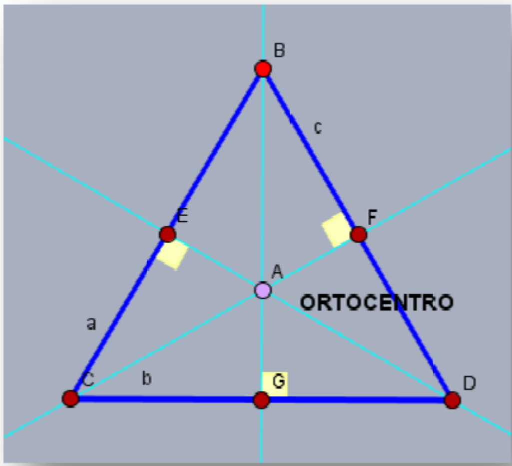


Figura 12

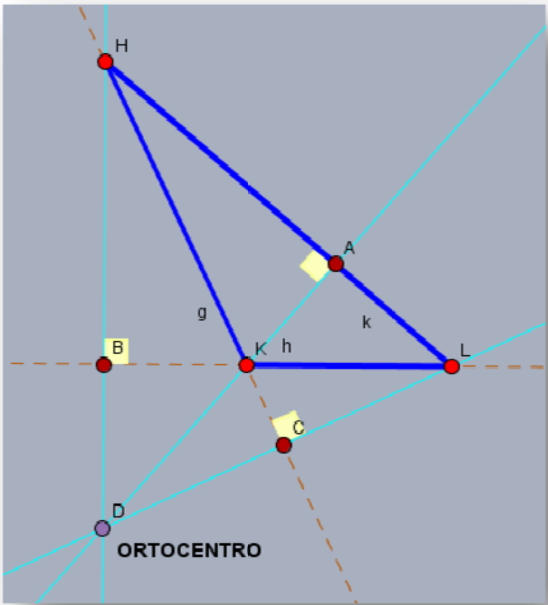


Figura 13

- No caso de um triângulo obtusângulo o *ortocentro* é um ponto da região *exterior do triângulo*.

- No caso de um triângulo rectângulo o *ortocentro* coincide com o *vértice do ângulo recto*.

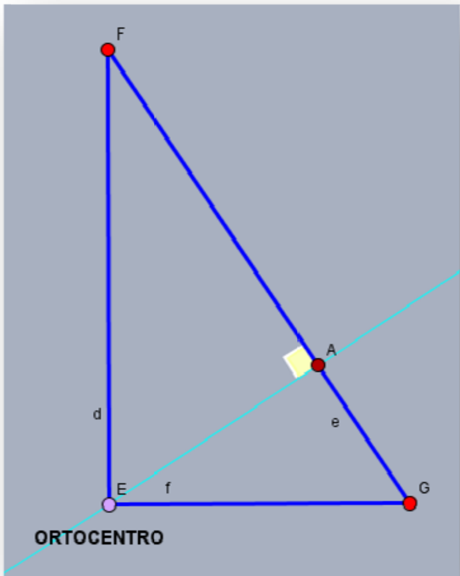


Figura 14

❖ Baricentro de um triângulo

O *Baricentro* de um triângulo é o ponto de intersecção das suas medianas.

A *mediana de um triângulo*, é dada pelo segmento de recta, que une um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto.

Construção (ver figura 15):

- Dado o triângulo [ABC] encontrar os pontos médios de cada um dos lados do triângulo, pontos E, F e D.

- Unir cada um dos pontos encontrados (E, F e D) com o vértice oposto.

- O ponto de intersecção dessas rectas é o Baricentro do triângulo.

O baricentro é o centro de gravidade do triângulo. Isto quer dizer que, se suspendermos um triângulo de material homogéneo pelo seu baricentro, ele fica em equilíbrio.

O baricentro divide cada mediana na razão de 2:1 (*Teorema de Ceva*).

$$\frac{\overline{GB}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{GA}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{GE}} = \frac{2}{1}$$

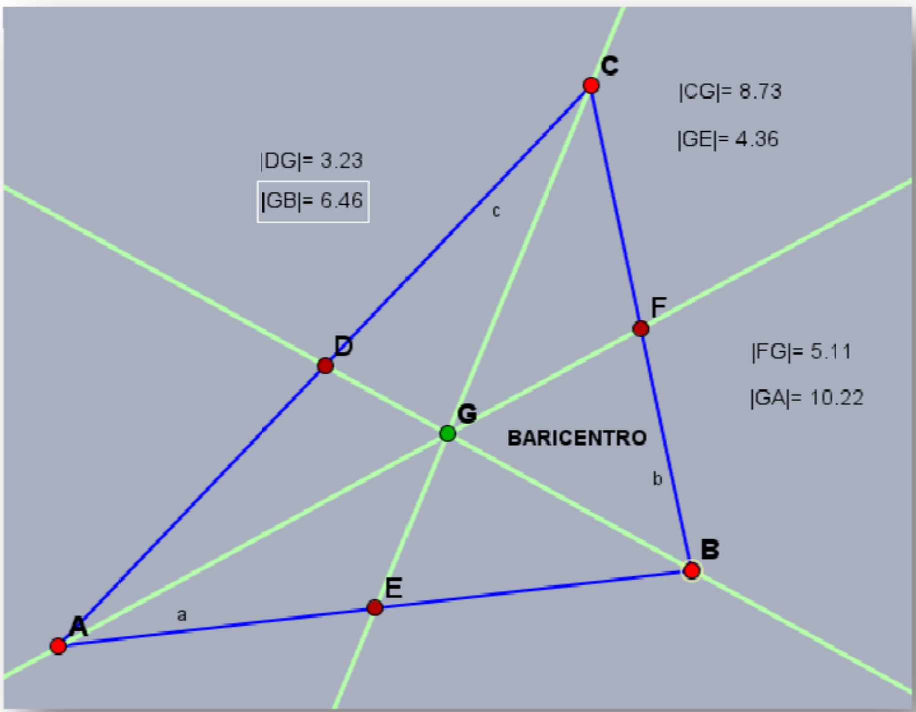


Figura 15

- **Aplicação do Teorema de Ceva**

Podemos construir o triângulo [DEF], unindo os pontos médios de cada lado do triângulo [ABC]. Então o triângulo [DEF] é semelhante ao triângulo [ABC] com a razão de semelhança igual a $\frac{1}{2}$.

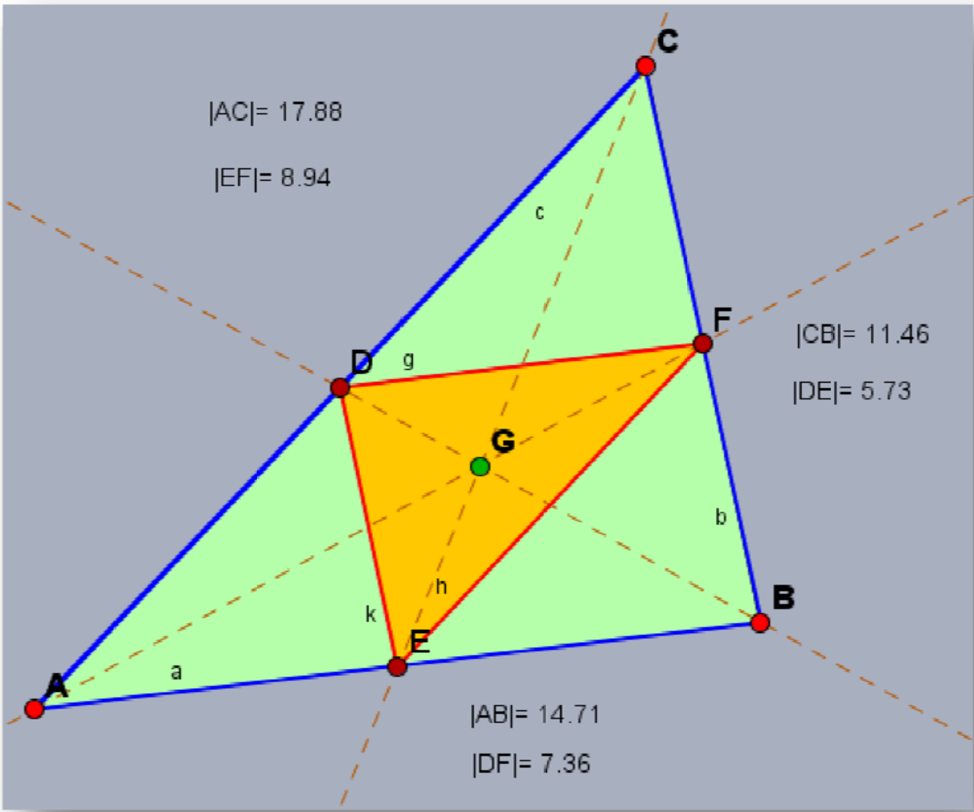


Figura 16

$$\overline{AC}=2\ \overline{EF}$$

$$\overline{AB}=2\ \overline{DF}$$

$$\overline{CB}=2\ \overline{DE}$$

- **Recta de Euler**

Num triângulo qualquer [ABC] desenhamos as mediatrizes de cada lado, que se intersectam no circuncentro, ponto G; as medianas, que se intersectam no baricentro, ponto H, e as alturas, que se intersectam no ortocentro, ponto K.

Estes três "centros" dum triângulo, pontos G, H e K, são colineares e a recta que os contém designa-se por *Recta de Euler*.

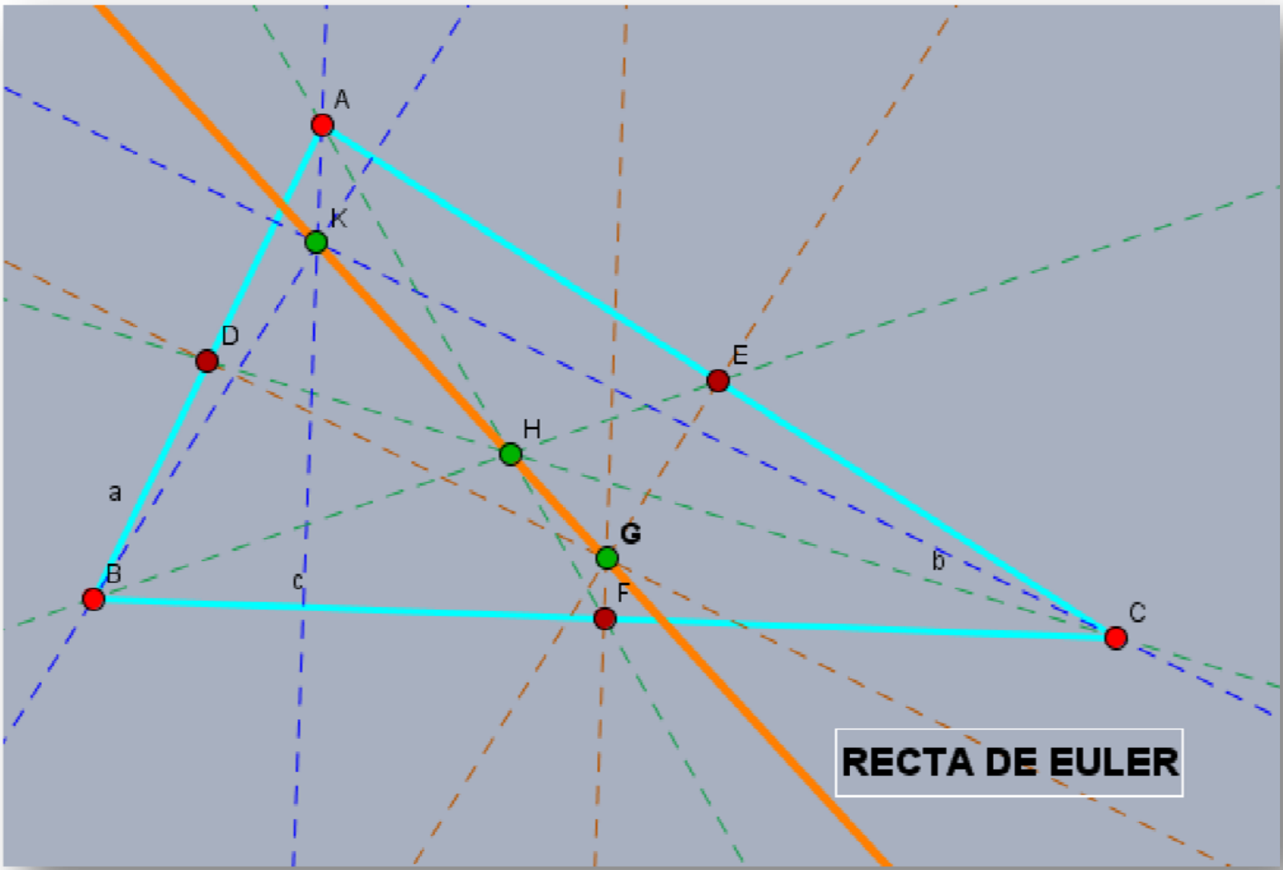


Figura 17

CONCLUSÃO

A utilização das tecnologias é hoje imprescindível quando nos referimos ao ensino da Matemática e, em particular, ao da geometria.

As ferramentas tecnológicas permitem o acesso a modelos visuais poderosos.

Deste modo, a tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações em geometria, ao fornecer um meio de visualizar noções geométricas sobre diferentes perspectivas. Ao trabalhar com programas de geometria dinâmica, a aprendizagem dos alunos é auxiliada pela resposta que a tecnologia pode proporcionar.

Trabalhando com um programa de geometria dinâmica, os alunos podem investigar as propriedades das figuras, podem ainda explorar relações e formular e testar conjecturas.

Existem, disponíveis na Internet, pequenos programas interactivos, designados por applets, que permitem trabalhar problemas interessantes do ponto de vista da geometria.

Como qualquer outro instrumento de ensino, a forma como a tecnologia é utilizada depende do professor, podendo ser usada de modo adequado ou não. Embora, por vezes, os alunos pareçam poder trabalhar de modo independente com a tecnologia, esta não substitui o professor. Pelo contrário, o seu papel é essencial desde logo ao definir quando e como deve ser usada a tecnologia, mas também na selecção das tarefas que propõe e na forma como promove a sua realização e o envolvimento dos seus alunos.

A tecnologia pode assim constituir um contexto para discussões entre os alunos e o professor sobre os objectos visualizados no ecrã e os efeitos das diversas transformações proporcionadas pelo software, o que para além do desenvolvimento dos conceitos em presença, contribui para o desenvolvimento da comunicação matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Apontamentos de Geometria, António Salgueiro, Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, 2011

http://www.casadasciencias.org/

http://www.apm.pt/apm/revista/educ67/Tecnologias.pdf

http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/070_Brochura_Geometria.pdf

http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf

http://www.cinderella.de/tiki-index.php