

## Actividade 1 – Uma direcção, dois sentidos...

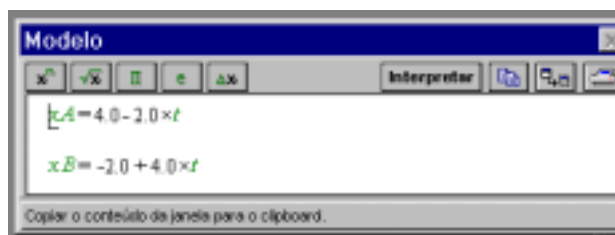
Duas partículas A e B movem-se rectilaneamente, de acordo com as equações:

$$x_A = 4,0 - 2,0 t \text{ (SI)} \quad x_B = -2,0 + 4,0 t \text{ (SI)}$$

- Esboce as trajectórias das partículas A e B entre os instantes 0s e 5 s
- Esboce os gráficos tempo posição das partículas A e B entre os instantes 0s e 5s.
- Quando e onde as partículas A e B se encontram?
- Em que instantes as partículas A e B passam pela posição  $x = 0$  m?
- Descreva o movimento das partículas A e B.

<b>Actividade com o programa <i>Modellus</i></b>	Criar modelo na janela Modelo. Criar tabela de resultados na janela Tabela. Executar modelo na janela Modelo. Criar gráfico na janela Gráfico. Criar animação do modelo na janela Animação.
--	---

- Execute o programa *Modellus*. Surge um ecrã com três janelas: **Modelo**, **Controlo** e **Condições Iniciais**.
- Criar modelo na janela Modelo:**
  - Escreva na janela **Modelo** em linhas diferentes as funções:  $x_A = 4.0 - 2.0 t$  e  $x_B = -2.0 + 4.0 t$ , em que  $x_A$  e  $x_B$  são as variáveis dependentes e  $t$  a variável independente. (Nota: para escrever o sinal de multiplicação pode utilizar o sinal \* ou a barra de espaços)

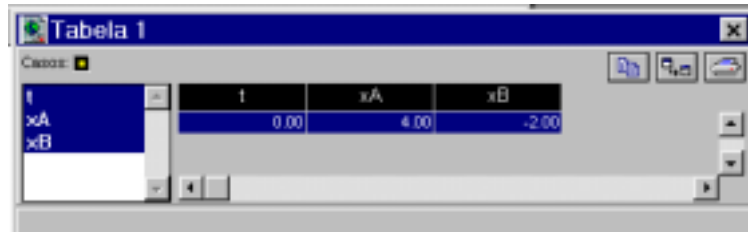


- Carregue no botão **Interpretar** na janela **Modelo** para que o programa *Modellus* verifique se não há qualquer erro e possa efectuar os cálculos. (Nota: é necessário carregar no botão **Interpretar** sempre que escreve ou altera o modelo.)
- Carregue no botão **Opções** na janela **Controlo**. Surge a caixa de diálogo **Opções** onde pode ver que a variável independente  $t$  irá variar de 0.1 em 0.1, desde 0 até 20. Modifique o **Limite Máx.** para 5.



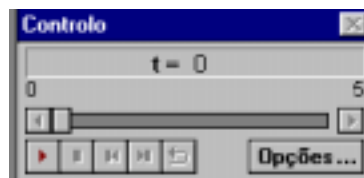
### 3. Criar tabela na janela Tabela:

- 3.1. No menu **Janela** escolha a opção **Nova Tabela**.
- 3.2. Na **Tabela 1** seleccione com o *rato* as variáveis  $t$ ,  $x_A$  e  $x_B$  arrastando o *rato* sobre as três variáveis.
- 3.3. Modifique a posição da janela **Tabela 1** arrastando o *rato* quando este se encontra sobre a barra de título da janela.
- 3.4. Modifique o tamanho da janela **Tabela 1** utilizando o botão esquerdo do *rato* e arrastando-o quando este se encontra nas extremidades da janela.



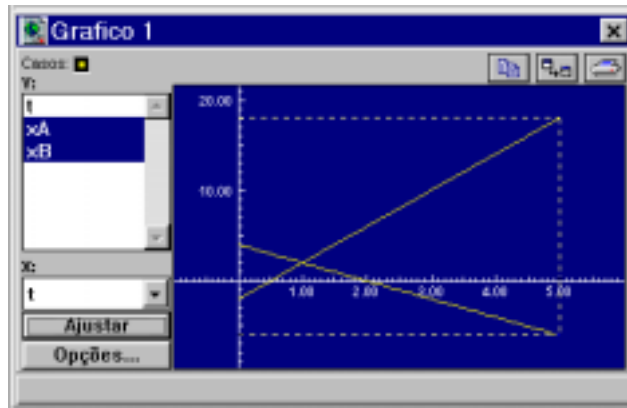
### 4. Executar modelo na janela Controlo:

- 4.1. Carregue no botão **Começar** (primeiro botão da esquerda, em baixo) na janela **Controlo** para executar o modelo.
- 4.2. Na barra de controlo do modelo na janela **Controlo** pode visualizar quanto tempo já decorreu e o valor corrente da variável,  $t$ .
- 4.3. Execute novamente o modelo. Pare a simulação carregando no botão **Parar** (segundo botão da esquerda, em baixo). Reinicie a simulação carregando no botão **Começar** (primeiro botão da esquerda, em baixo).
- 4.4. Execute novamente o modelo. Suspenda a simulação carregando no botão **Suspender** (primeiro botão da esquerda, em baixo). Continue a simulação carregando no botão **Continuar** (primeiro botão da esquerda, em baixo).
- 4.5. Os valores das variáveis dependentes a partir dos valores da variável independente podem ser visualizados na janela **Tabela 1**. Confirme os resultados.



### 5. Criar gráfico na janela Gráfico:

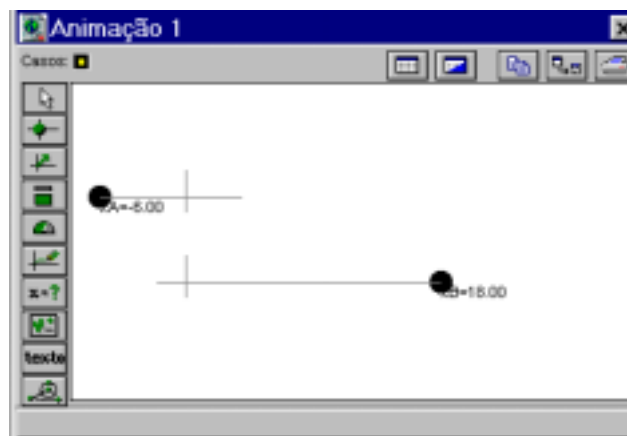
- 5.1. No menu **Janela** escolha a opção **Novo Gráfico**.
- 5.2. Na janela **Gráfico 1** seleccione com o *rato*  $x_A$  e  $x_B$  para  $y$  e  $t$  para  $x$ .
- 5.3. Modifique a posição e/ou tamanho da janela **Gráfico 1** de modo a visualizar em simultâneo o conteúdo das janelas **Tabela 1** e **Gráfico 1**.
- 5.4. Execute o modelo.
- 5.5. Carregue no botão **Ajustar** na janela **Gráfico 1** para ajustar as escalas. Observe as alterações produzidas.
- 5.6. Carregue no botão **Opções** na janela **Gráfico 1** para modificar os limites da escala de qualquer dos eixos, os tipos de escala ou de gráfico. Experimente e observe as alterações produzidas.



6. Criar animação na janela Animação:

- 6.1. No menu **Janela** escolha a opção **Nova Animação**.
- 6.2. Seleccione o botão **Corpo** (segundo botão da esquerda) e coloque o *rato* sensivelmente a meio da janela. (Nota: para colocar o corpo é necessário clicar no *rato*)
- 6.3. Complete a caixa de diálogo **Corpo** de acordo com o modelo da **Partícula A** e com o que pretende que seja visualizado na janela **Animação 1**. Complete-a de acordo com o exemplo.

- 6.4. Repita os procedimentos anteriores, agora para a **Partícula B**.
- 6.5. Coloque a janela **Animação 1** numa zona livre do ecrã.
- 6.6. Execute o modelo.



7. **Modificar atributos e escala da coordenada de um corpo:**

7.1. Clique sobre a **Partícula A** ou sobre a origem do referencial, com o botão direito do *rato*, para fazer surgir a caixa de diálogo **Corpo**.

7.2. Na caixa de diálogo **Corpo** modifique:

7.2.1. os **Atributos** seleccionados e observe as alterações produzidas. Por exemplo, active **Estroboscopia** e desactive alguns dos outros.

7.2.2. o valor da **Escala** na lista **Horizontal**, de acordo com o efeito pretendido. Se, por exemplo, modificar a escala horizontal de 1 pixel de 0.1 unidades para 1 pixel de 0.2 unidades diminui a zona da janela **Animação 1** onde se observa o movimento da **Partícula A**, uma vez que a escala horizontal é maior. Experimente.

8. **Repetir simulação**

8.1. Carregue no botão **Repetir** (quinto botão da esquerda em baixo) na janela **Controlo** para repetir a simulação, depois de ter atingido o valor máximo de  $t$ . Páre a repetição da simulação carregando no mesmo botão. Continue a repetição da simulação carregando no mesmo botão.

9. **Responda agora às questões apresentadas na Actividade 1 – Uma direcção, dois sentidos...**

## Actividade 2 – Ir depressa?...Ir devagar?...

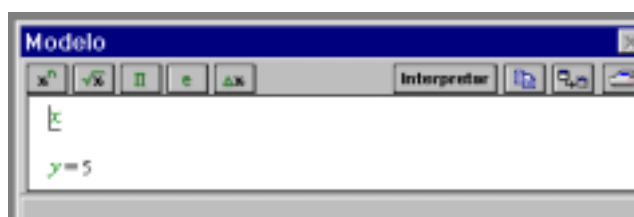
Uma partícula parte do ponto (5; 5)m e percorre durante 20 s uma trajectória rectilínea horizontal em movimento variado. Admitindo que durante o percurso total ocorre inversão de sentido de movimento:

- Esboce uma possível representação estroboscópica do movimento da partícula.
- Esboce o gráfico tempo posição correspondente.
- Indique um instante em que a partícula inverteu o sentido de movimento.
- Indique um intervalo de tempo durante o qual a partícula esteve em repouso.

<b>Actividade com o programa Modellus</b>	Criar modelo na janela Modelo. Criar animação do modelo na janela Animação. Criar gráfico na janela Animação. Modificar escalas num gráfico na janela Animação
---	---

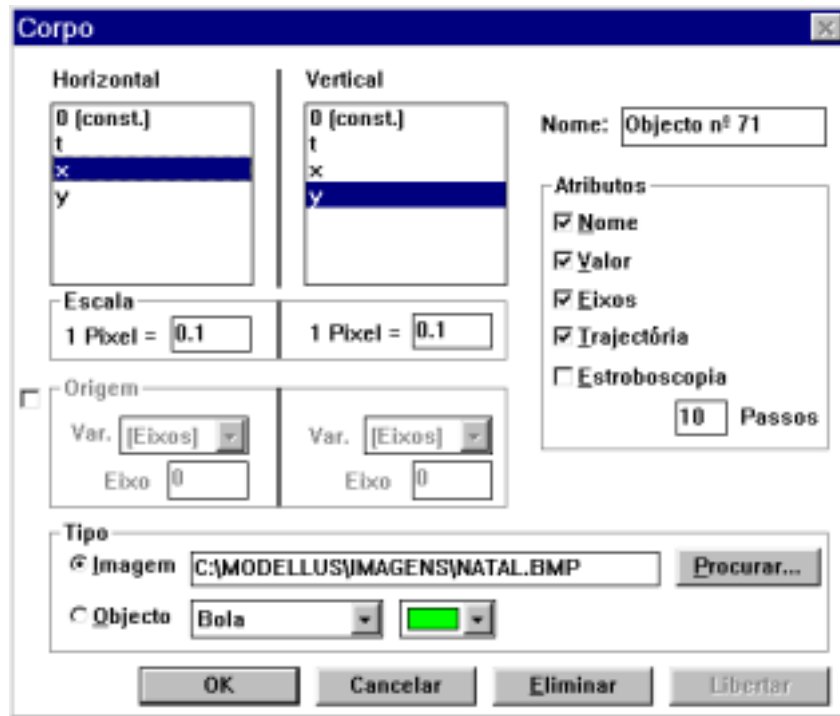
### 1. Criar modelo na janela Modelo:

- Escreva na janela **Modelo** em linhas diferentes  $x$ , e  $y = 5$ .
- Carregue no botão **Interpretar**. Surge na janela **Condições Iniciais** uma caixa para introduzir o valor do **Parâmetro**  $x$ . Escreva 5. Esta coordenada de posição vai poder ser modificada com o *rato*, como vai ver a seguir.
- Carregue no botão **Opções** na janela **Controlo**. Modifique o **Limite Máx.** para 20.

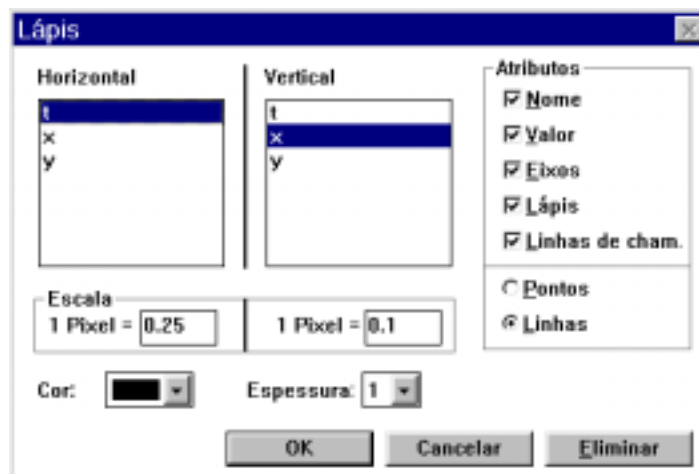


### 2. Criar animação na janela Animação:

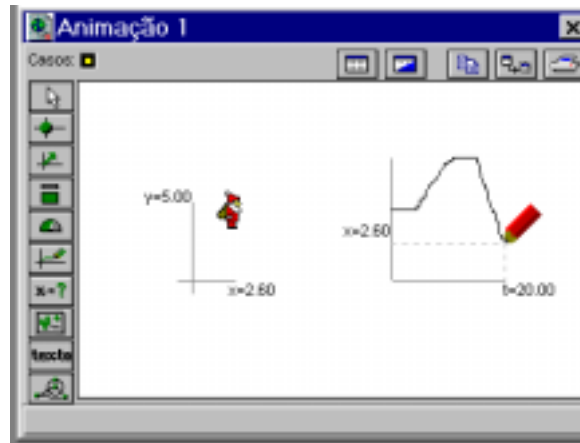
- No menu **Janela** escolha a opção **Nova Animação**.
- Selecione o botão **Corpo** e coloque o *rato* em qualquer posição da janela.
- Na caixa de diálogo **Corpo** carregue no botão **Procurar**. Na directoria **Modellus** selecione a directoria **Imagens**. Fazer OK. Nesta selecione a imagem NATAL.BMP. Complete a caixa de diálogo **Corpo** de acordo com o exemplo.



- 2.4. Coloque o *Pai Natal* sensivelmente a meio da janela **Animação 1** utilizando o botão esquerdo do *rato*.
  - 2.5. Execute o modelo. O *Pai Natal* não se move. (Porquê?).
  - 2.6. Para fazer mover o *Pai Natal*, e enquanto decorre a simulação, pressione o **botão esquerdo** do *rato* sobre ele. Mova o *rato* para a direita e pare. Mova o *rato* para a esquerda.
- 3. Criar gráfico na janela Animação:**
- 3.1. Seleccione o botão **Lápis** (sexto botão da esquerda) e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
  - 3.2. Complete a caixa de diálogo **Lápis** de acordo com o modelo e com o que pretende que seja visualizado na representação gráfica. Complete-a de acordo com o exemplo.



- 3.3. Coloque o gráfico numa zona livre da janela **Animação 1** utilizando o botão esquerdo do *rato*.
- 3.4. Execute o modelo.



**4. Modificar escalas num gráfico na janela Animação:**

- 4.1. Clique sobre a origem do sistema de eixos do gráfico com o botão direito do *rato*. para fazer surgir a caixa de diálogo **Lápis**.
- 4.2. Na caixa de diálogo **Lápis** modifique o valor da **Escala** na lista **Vertical** e/ou **Horizontal**, de acordo com o efeito pretendido. Se, por exemplo, modificar a escala horizontal de 1 pixel de 0.25 unidades para 1 pixel de 0.15 unidades, o gráfico “alarga”, uma vez que a escala horizontal é menor. Experimente.

**5. Responda agora às questões propostas na Actividade 2 – Ir depressa?... Ir devagar?**

### Actividade 3 – Cair na Terra... Cair na Lua...

Do cimo de duas torres, uma na Terra e outra na Lua, deixaram-se cair duas pedras, sem velocidade inicial. Considerando que cada uma das pedras leva 3,0 s atingir o solo, quer na Terra ( $a_y = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ) quer na Lua ( $a_y = 1,67 \text{ m s}^{-2}$ ), e desprezável a resistência do ar, calcule:

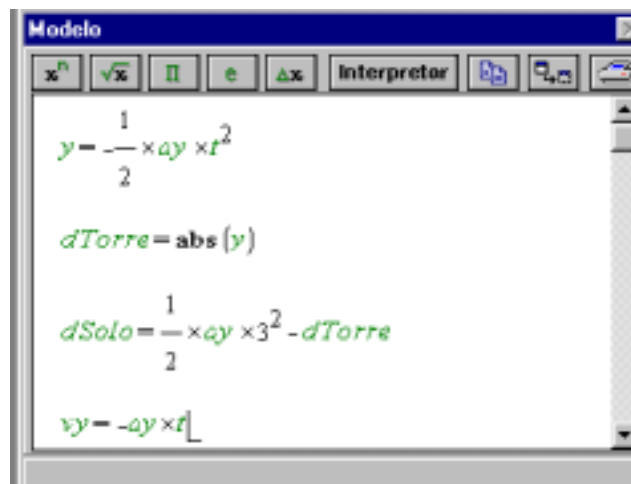
- A altura de cada uma das torres.
- A velocidade com que cada uma das pedras atinge o solo.
- O instante em que cada uma das pedras se encontra a igual distância do cimo da torre e do solo.

Nota: As equações das posições e das velocidades do movimento rectilíneo uniformemente variado são, respectivamente,  $y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} a_y t^2$  e  $v_y = v_{0y} - a_y t$  (SI), sendo  $y_0$  a coordenada inicial da partícula segundo o eixo dos  $yy$ ,  $v_{0y}$  a componente escalar da velocidade inicial e  $a_y$  a componente escalar da aceleração, segundo o mesmo eixo.

<p><b>Actividade com o programa Modellus</b></p>	<p>Criar modelo na janela Modelo. Criar gráfico na janela Gráfico. Criar animação do modelo na janela Animação. Criar vector na janela Animação. Criar casos na janela Condições Iniciais. Criar medidor digital na janela Animação. Escrever texto na janela Animação.</p>
--	---

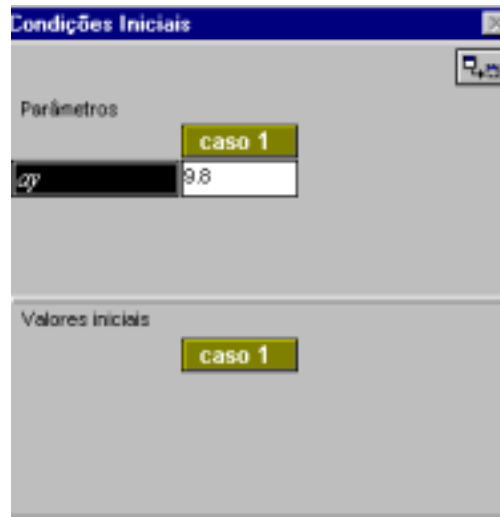
#### 1. Criar modelo na janela Modelo:

- Escreva na janela **Modelo** as funções a seguir representadas.

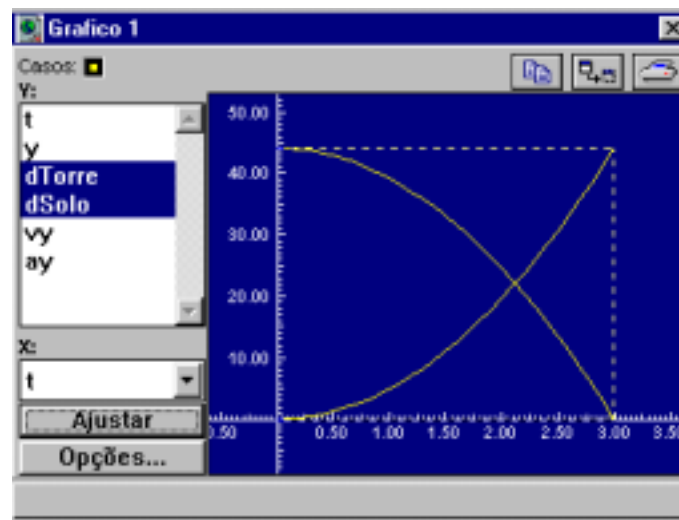


- Carregue no botão **Interpretar**. Surja na janela **Condições Iniciais** uma caixa para introduzir o valor do **Parâmetro**  $a_y$ . Para a experiência na Terra introduza 9.8.

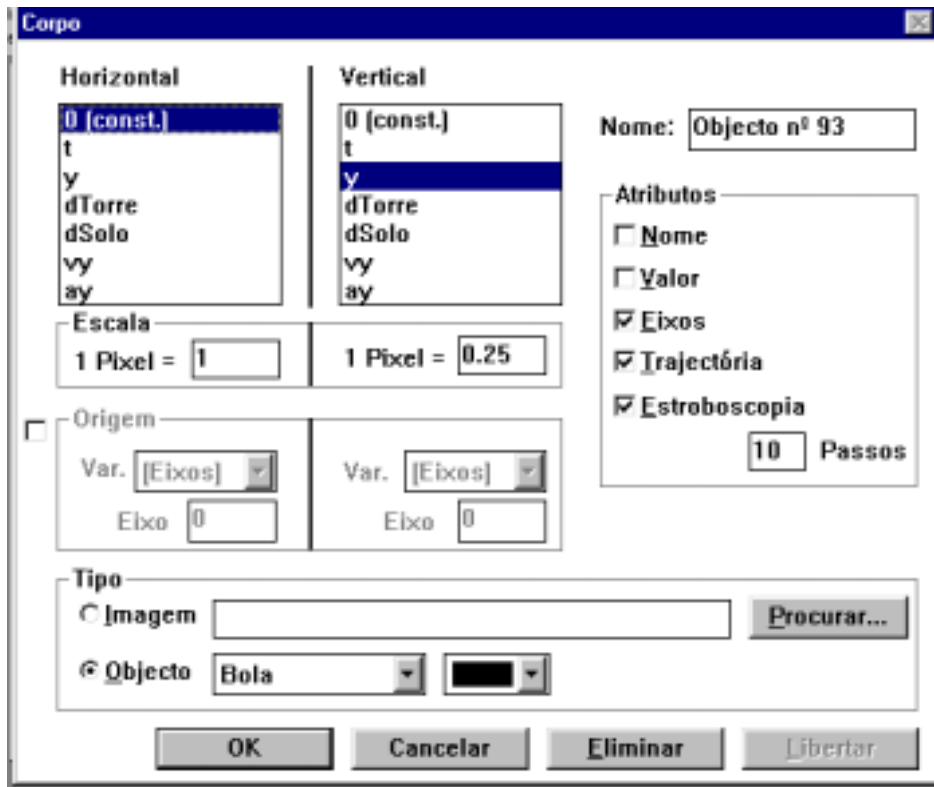




- 1.3. Carregue no botão **Opções** na janela **Controlo**. Na caixa de diálogo **Opções** introduza como **Limite Máx.** 3. Não modifique os outros valores.
2. **Criar gráfico na janela Gráfico:**
  - 2.1. No menu **Janela** escolha a opção **Novo Gráfico**.
  - 2.2. Na janela **Gráfico 1** seleccione com o rato *dTorre* e *dSolo* para *y* e *t* para *x*.
  - 2.3. Execute o modelo e observe os gráficos.
  - 2.4. Proceda de modo semelhante para visualizar o gráfico de  $v_y = f(t)$ , ou seja  $v_y$  para *y* e *t* para *x*.



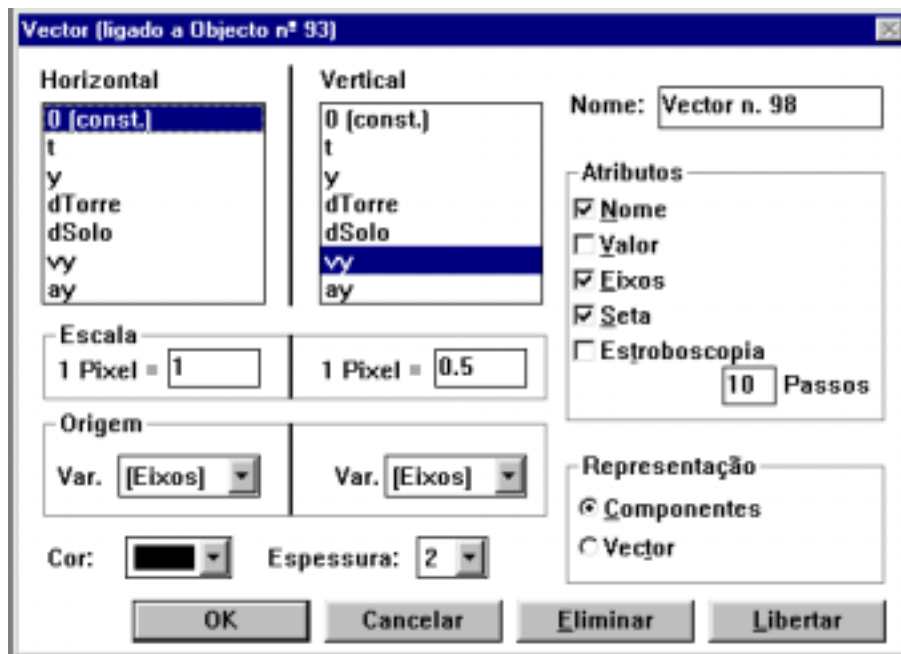
3. **Criar animação na janela Animação:**
  - 3.1. No menu **Janela** escolha a opção **Nova Animação**.
  - 3.2. Coloque um corpo sensivelmente a meio da janela **Animação 1**.
  - 3.3. Complete a caixa de diálogo **Corpo** de acordo com o exemplo seguinte.



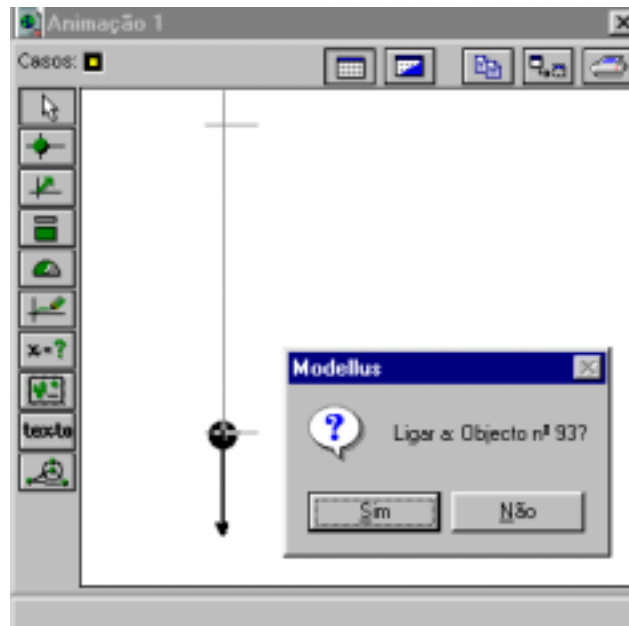
3.4. Execute o modelo.

#### 4. Criar vector na janela Animação

- 4.1. Seleccione o botão **Vector** (terceiro botão da esquerda) e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
- 4.2. Complete a caixa de diálogo **Vector** de acordo com o exemplo.

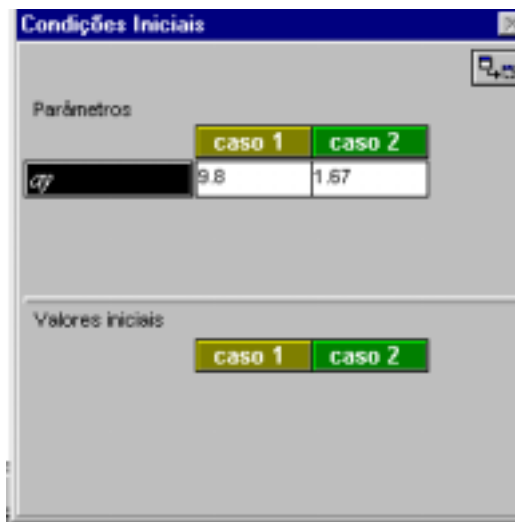


- 4.3. Coloque a origem do vector sobre a origem do referencial do corpo utilizando o botão esquerdo do *rato* e escolha na caixa de diálogo **Modellus** a opção *Ligar a: Objecto nº ? Sim*.



## 5. Criar casos na janela Condições Iniciais

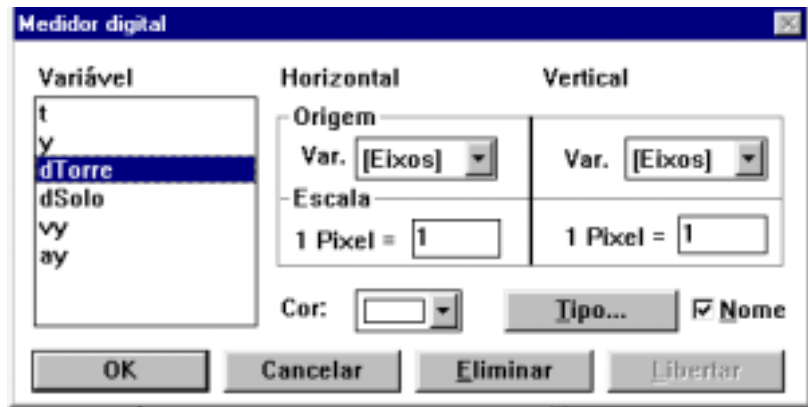
- 5.1. No menu **Caso** escolha a opção **Adicionar**. Na janela **Condições Iniciais** obtém um novo conjunto de valores, **Caso 2**, igual ao anterior, **Caso 1**.
- 5.2. Altere, no novo conjunto de valores, o valor de  $a_y$  para 1.67.



- 5.3. No topo das janelas **Gráfico 1** e **Animação 1**, a seguir à palavra **Casos**, estão dois pequenos quadradinhos. Se seleccionar o primeiro verá os gráficos ou a animação correspondente ao **Caso 1**; se seleccionar o segundo verá os gráficos ou a animação correspondente ao **Caso 2**.
- 5.4. Execute o modelo e observe a animação e os gráficos correspondentes às duas experiências.

## 6. Criar medidor digital na janela Animação:

- 6.1. Selecciono o botão **Medidor digital** (sétimo botão da esquerda) e coloque o *rato* em qualquer posição livre do ecrã.
- 6.2. Complete a caixa de diálogo **Medidor digital** de acordo com o exemplo.



6.3. Repita os procedimentos anteriores para a opção *dSolo*.

6.4. Execute o modelo.

## 7. Escrever texto na janela Animação:

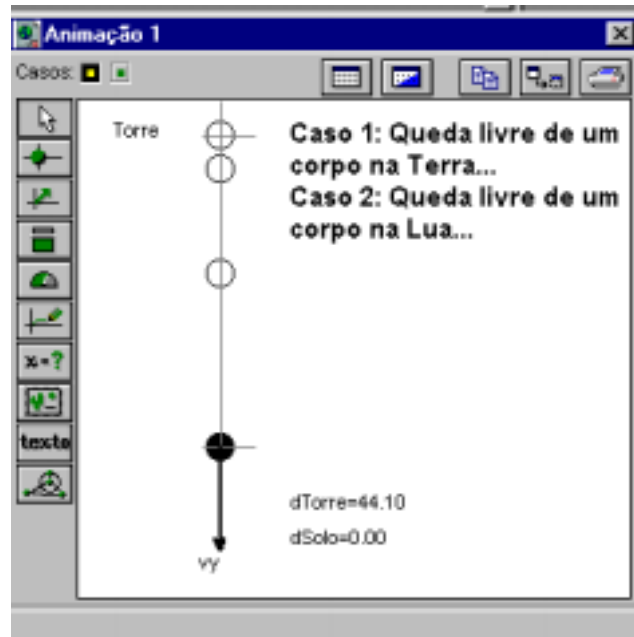
7.1. Seleccione o botão **Texto** (nono botão da esquerda) e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.

7.2. Na caixa de diálogo **Texto** escreva o seguinte texto: *Caso 1: Queda livre de um corpo na Terra... Caso 2: Queda livre de um corpo na Lua...*



7.3. Formate o texto e coloque-o na parte superior da janela **Animação 1**.

7.4. Repita os procedimentos anteriores para escrever o texto *Torre* e coloque-o na parte superior da janela **Animação 1**.



8. Responda agora às questões propostas na Actividade 3 – Cair na terra...Cair na Lua.

## Actividade 4 – Atou-se uma pedra a um fio...

Atou-se uma pedra a um fio e pôs-se a rodar com movimento circular uniforme.

Para as coordenadas de posição da partícula, num referencial com origem no centro da trajectória, as equações são:

$$x = 0,10 \cos (0,5 t) \text{ (SI)} \quad y = 0,10 \sin (0,5 t) \text{ (SI)}$$

- Esboce as posições da partícula durante uma volta inteira, de 1 s em 1 s.
- Em que posição se encontra a partícula 2 s depois de iniciar o movimento? E 5 s depois?
- Represente o vector posição da partícula nos instantes  $t = 2$  s,  $t = 5$  s,  $t = 8$  s e  $t = 11$  s.
- Como variam as componentes do vector posição da partícula, segundo os eixos dos  $xx$  e dos  $yy$ , entre os instantes  $t = 2$  s e  $t = 11$  s?
- Qual é o ângulo, em radianos, que descreve o vector posição da partícula em 2 s?
- Como varia a velocidade da partícula durante uma volta inteira?

<b>Actividade com o programa Modellus</b>	<p>Criar modelo na janela Modelo. Criar animação do modelo na janela Animação. Criar vector na janela Animação. Criar gráfico na janela Animação Criar medidor analógico na janela Animação Criar medidor digital na janela Animação. Escrever texto na janela Animação</p>
---	---

### 1. Criar modelo na janela Modelo:

- Escreva na janela **Modelo** as funções a seguir representadas.

```

Modelo
x^n  sqrt(x)  pi  e  delta x  Interpretar
angulo = 0,5 * t
x = 0,10 * cos(angulo)
y = 0,10 * sin(angulo)
rato = sqrt(x^2 + y^2)
vx = -0,5 * 0,10 * sin(0,5 * t)
vy = 0,5 * 0,10 * cos(0,5 * t)
v = sqrt(vx^2 + vy^2)

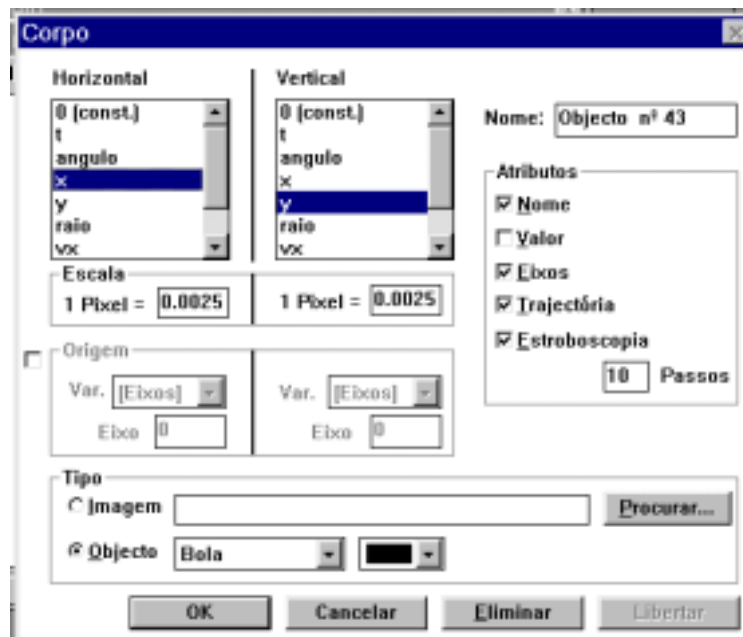
```

- Carregue no botão **Interpretar**.
- Carregue no botão **Opções** na janela **Controlo**. Na caixa de diálogo **Opções** introduza como **Limite Máx.** 12.566 e escolha a opção **Radianos** para **Ângulo**.



2. Criar animação na janela Animação:

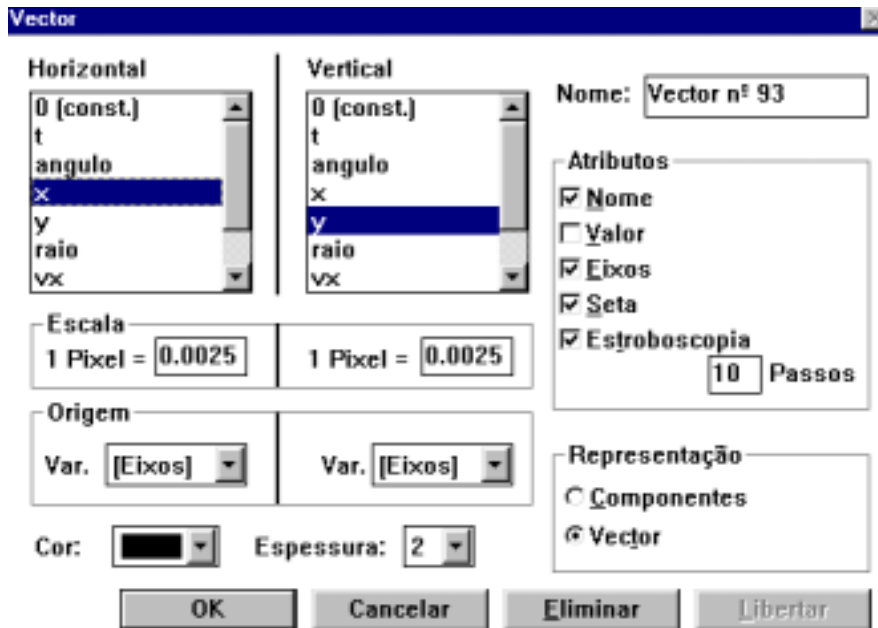
- 2.1. No menu **Janela** escolha a opção **Nova Animação**.
- 2.2. Coloque um corpo sensivelmente a meio da janela **Animação 1**.
- 2.3. Complete a caixa de diálogo **Corpo** utilizando para escala dos eixos dos  $xx$  e dos  $yy$ , 1 pixel de 0.0025.



- 2.4. Coloque outro corpo na janela **Animação 1** e complete a caixa de diálogo **Corpo** como a anterior.
- 2.5. Execute o modelo.

3. Criar vector na janela Animação:

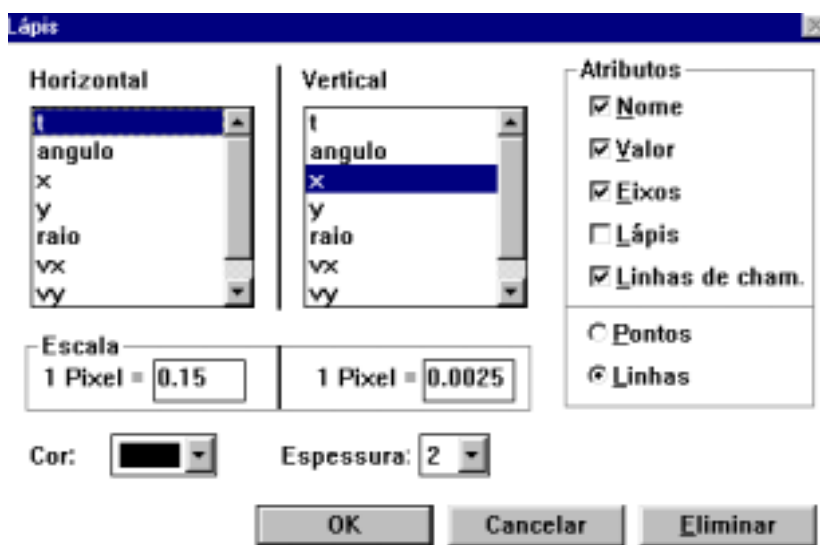
- 3.1. Seleccione o botão **Vector** e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
- 3.2. Complete a caixa de diálogo **Vector** utilizando para escala dos eixos dos  $xx$  e dos  $yy$ , 1 pixel de 0.0025. Seleccione em **Representação** a opção **Vector**.



- 3.3. Coloque a origem do vector sobre a origem do referencial do primeiro o corpo e escolha na caixa de diálogo **Modellus** a opção *Ligar a: Objecto nº ? Não*.
- 3.4. Para visualizar as componentes do vector Posição crie outro vector, seleccionando novamente o botão **Vector**. Coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela. Complete a caixa de diálogo **Vector** como a anterior, seleccionando agora em **Representação** a opção **Componentes**.
- 3.5. Coloque a origem do vector sobre a origem do referencial do segundo o corpo e escolha na caixa de diálogo **Modellus** a opção *Ligar a: Objecto nº ? Não*.
- 3.6. Execute o modelo.

#### 4. Criar gráfico na janela Animação

- 4.1. Selecciono o botão **Lápis** e coloque o *rato* à direita da primeira animação, numa zona livre da janela **Animação 1**.
- 4.2. Complete a caixa de diálogo **Lápis**, de acordo com o exemplo, para a função  $x = f(t)$ .
- 4.3. Repita os procedimentos para a representação gráfica de  $y = f(t)$ . Coloque o gráfico à direita da segunda animação numa zona livre da janela **Animação 1**.

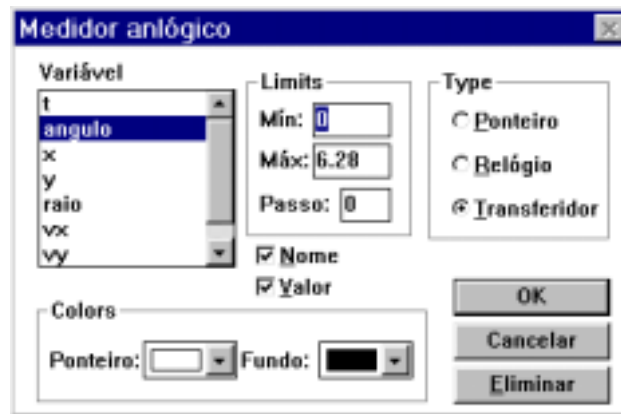


#### 5. Criar medidor analógico na janela Animação:

- 5.1. Selecciono o botão **Medidor analógico** (quinto botão da esquerda) e coloque o *rato* à esquerda da primeira animação do modelo.



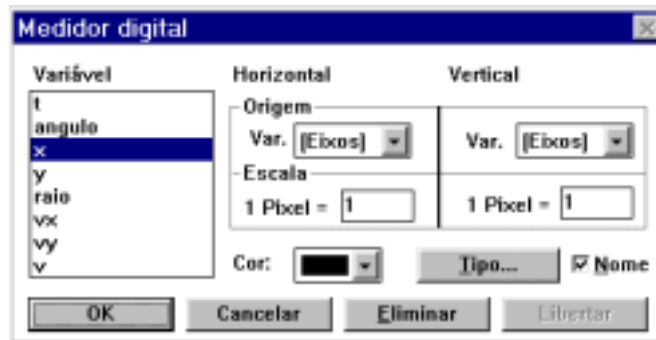
5.2. Complete a caixa de diálogo **Medidor analógico** de acordo com o exemplo.



5.3. Execute o modelo.

## 6. Criar medidor digital na janela Animação:

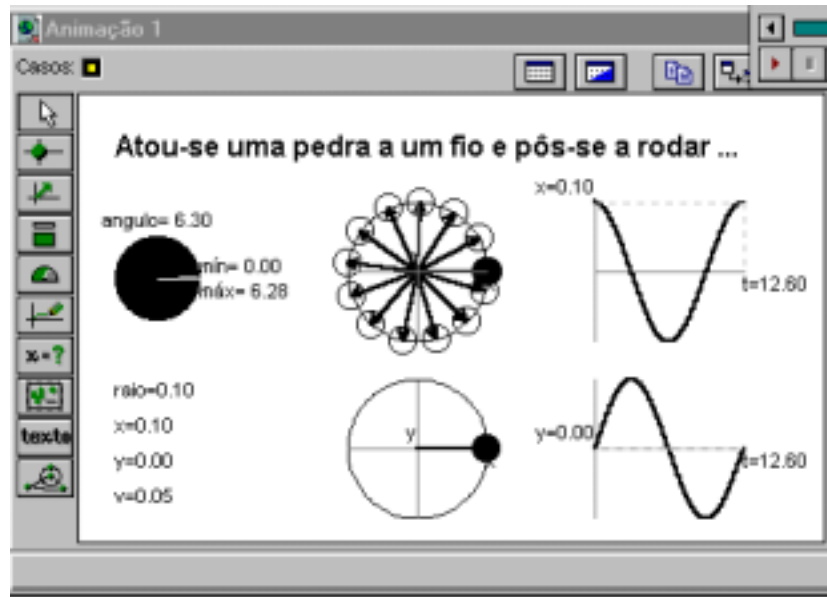
- 6.1. Selecione o botão **Medidor digital** e coloque o *rato* em qualquer posição livre do ecrã.
- 6.2. Complete a caixa de diálogo **Medidor digital** de acordo com o exemplo.



- 6.3. Repita os procedimentos anteriores para as opções *y*, *raio* e *v*.
- 6.4. Execute o modelo.

## 7. Escrever texto na janela Animação

- 7.1. Selecione o botão **Texto** e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
- 7.2. Na caixa de diálogo **Texto** escreva o seguinte texto: *Atou-se uma pedra a um fio e pôs-se a rodar...* e formate-o a seu gosto.



8. Responda agora às questões propostas na Actividade 4 – Atou-se uma pedra a um fio...

## Actividade 5 – O pêndulo de um relógio...

O pêndulo de um relógio move-se continuamente afastando-se e aproximando-se do centro O. No instante  $t$  segundos, a distância ao centro é dada, em cm, por

$$d(t) = |5 \operatorname{sen}(4\pi t)|$$

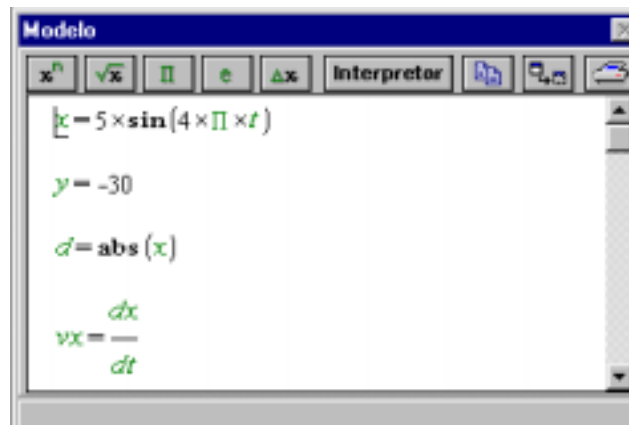
- Qual é a maior distância a que o pêndulo se encontra do centro?
- De quanto em quanto tempo o pêndulo passa pelo centro?
- Qual é a velocidade do pêndulo no instante  $t = \frac{1}{16}$  s?
- Faça o esboço do gráfico de  $d: t \rightarrow d(t)$  em  $[0, \frac{1}{2}]$  s.
- Determine para que valores de  $t \in [0, \frac{1}{2}]$  s, a distância que separa o pêndulo do centro é inferior a 2,518 cm.

(Prova Modelo de Matemática – 1996)

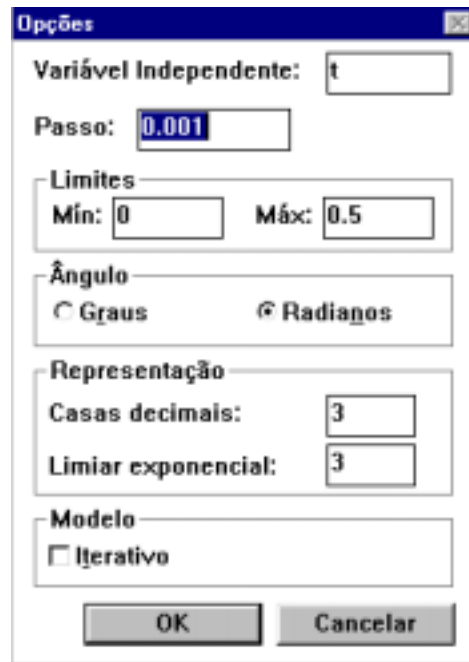
<b>Actividade com o programa Modellus</b>	Criar modelo na janela Modelo. Criar animação do modelo na janela Animação. Criar gráfico na janela Animação Escrever texto na janela Animação
---	---

### 1. Criar modelo na janela Modelo:

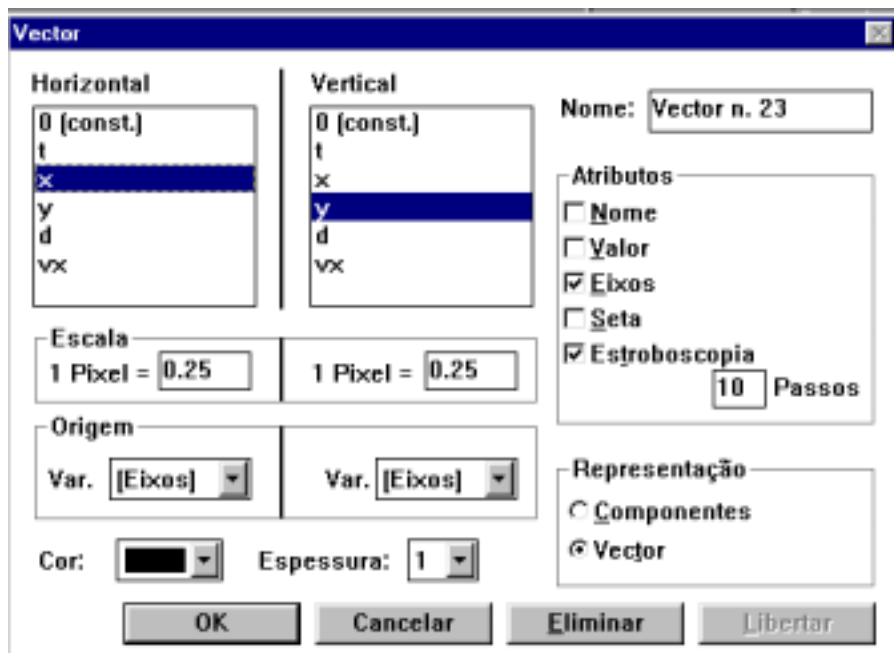
- Escreva na janela **Modelo** as funções matemáticas necessárias à criação do modelo.



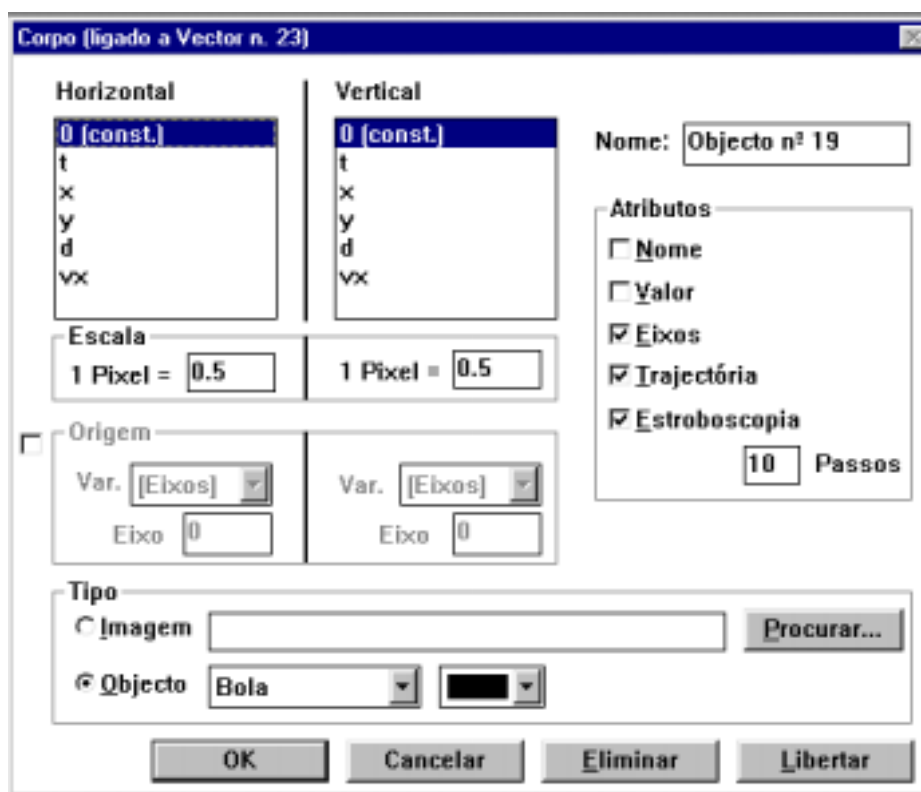
- Carregue no botão **Interpretar**.
- Carregue no botão **Opções** na janela **Controlo**. Na caixa de diálogo **Opções** introduza como **Passo** 0.001, como **Limite Máx.** 0.5 e escolha a opção **Radianos** para **Ângulo**.



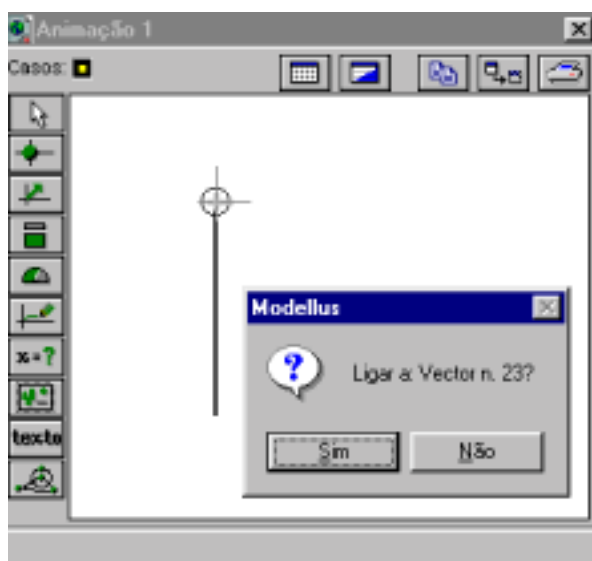
2. **Criar vector na janela Animação** (haste do pêndulo)
  - 2.1. No menu **Janela** escolha a opção **Nova Animação**.
  - 2.2. Seleccione o botão **Vector** e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
  - 2.3. Complete a caixa de diálogo **Vector** de acordo com o exemplo, utilizando para escala dos eixos dos *xx* e dos *yy* 1 pixel de 0.25 unidades. Seleccione em **Representação** a opção **Vector**.



3. **Criar animação na mesma janela Animação** (bola do pêndulo)
  - 3.1. Coloque um corpo sensivelmente a meio da janela **Animação 1**.
  - 3.2. Complete a caixa de diálogo **Corpo** de acordo com o exemplo, utilizando para escala dos eixos dos *xx* e dos *yy* 1 pixel de 0.5 unidades.

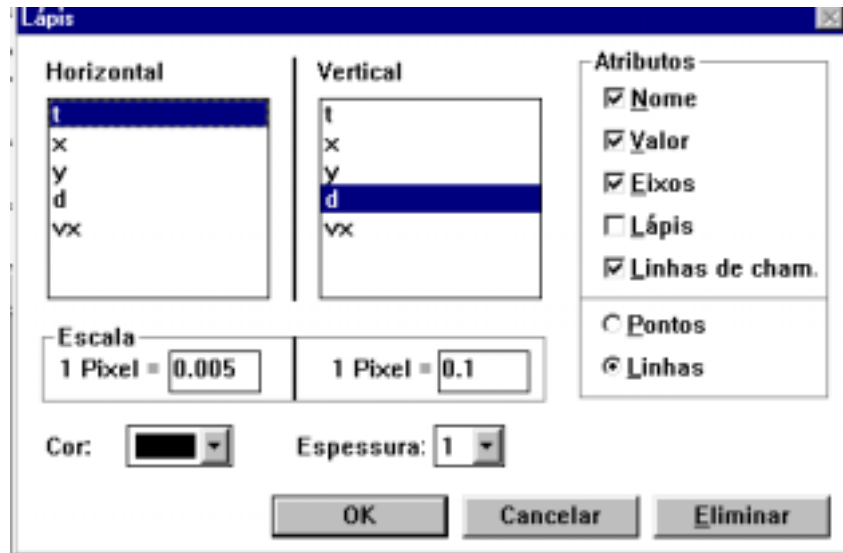


- 3.3. Coloque a origem do referencial do corpo sobre a origem do referencial do vector e escolha na caixa de diálogo *Modellus* a opção *Ligar a: Vector n° ? Sim?*

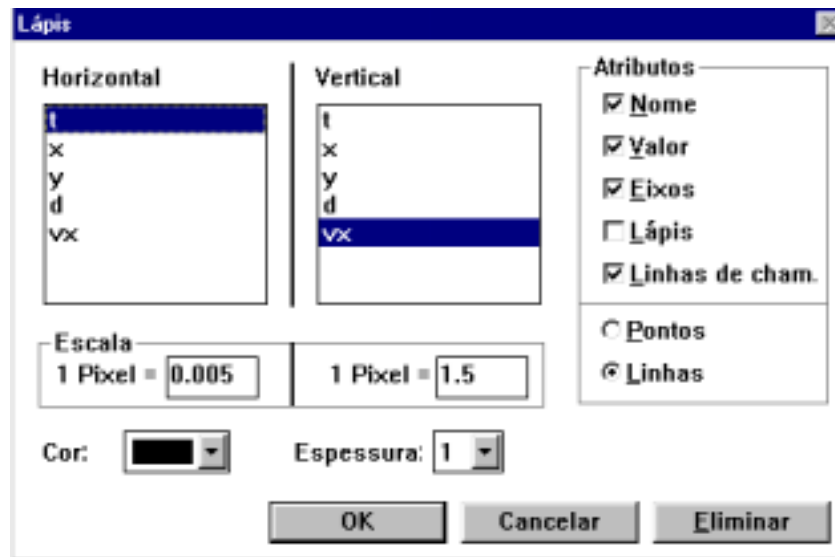


#### 4. Criar gráfico na janela Animação

- 4.1. Seleccione o botão **Lápis** e coloque o *rato* à direita da animação, numa zona livre da janela **Animação 1**.
- 4.2. Complete a caixa de diálogo **Lápis** de acordo com o exemplo, para a função  $d = f(t)$ .

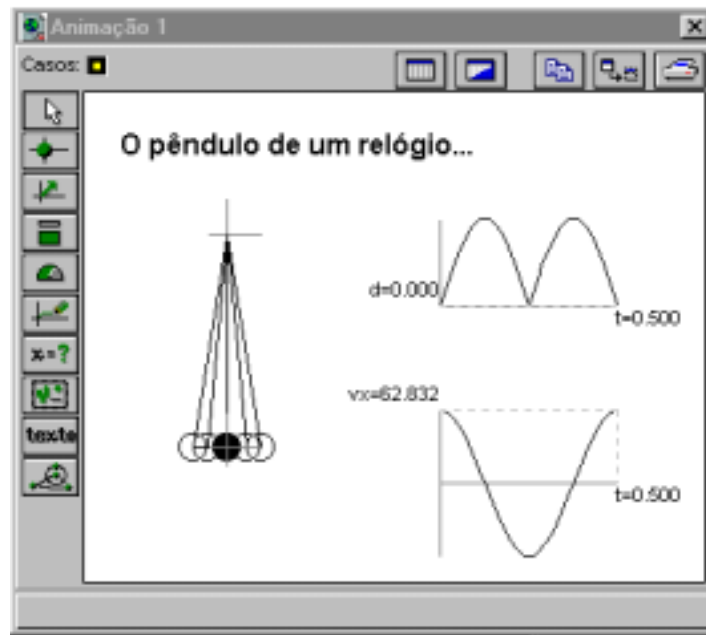


- 4.3. Repita os procedimentos para criar um gráfico da função  $v_x = f(t)$ . Complete a caixa de diálogo **Lápis** de acordo com o exemplo.



## 5. Escrever texto na janela Animação

- 5.1. Seleccione o botão **Texto** e coloque o *rato* em qualquer posição livre da janela.
- 5.2. Na caixa de diálogo **Texto** escreva o texto *O pêndulo de um relógio...* e formate-o a seu gosto.
- 5.3. Execute o modelo.



6. Responda agora às questões propostas na Actividade 5 – O pêndulo de um relógio...