Escola Secundária de Pombal
Matemática 10ºano
Ano Letivo 2020/2021

Lição Nº 31	Turma:10ºC	Tempo: 90 MIN	Data: 3/11/2020

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS
Domínio: Álgebra (ALG10) **Subdomínio:** Potências de expoente racional **Conteúdos:** Definição e propriedades algébricas das potências de base positiva e expoente racional. Produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e a potência da potência.

METAS CURRICULARES: Descritores
Descritor 2.2. +Identificar, dado um número real não negativo e um número racional não negativo $q=\frac{m}{n}$ (*m* e *n* números inteiros, $m \geq 0$ e $n \geq 2$), $q \neq 0$ se $a=0$, a «potência de base *a* e de expoente *q*», a^q, como $\sqrt[n]{a^m}$, reconhecendo que este número não depende da fração escolhida para representar q, e que esta definição é a única possível por foram a estender a propriedade $\left(a^b\right)^c=a^{bc}$ a expoentes racionais positivos. **Descritor 2.3.** Identificar, dado um número real positivo *a* e um número racional positivo *q*, a «potência de base *a* e de expoente −*q*», a^{-q}, como $\frac{1}{a^q}$, reconhecendo que esta definição é a única possível por foram a estender a propriedade $a^b \times a^c = a^{b+c}$ a expoentes racionais. **Descritor 2.4.** +Reconhecer que as propriedades algébricas previamente estudadas das potências de expoente inteiro (relativas ao produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e potência de potência) podem ser estendidas às potências de expoente racional.

RECURSOS DIDÁTICOS
• Manual “Máximo 10” da Porto Editora • Material de Escrita • Calculadora

Sumário: Potências de expoente racional. Propriedades das potências de expoente racional.

METODOLOGIA DA AULA	**TEMPO**
Iniciar a aula, verificando a presença dos alunos.	5 Min
Realizar um pequeno diálogo com os alunos sobre o tema proposto: “O que representa as expressões a^2, a^3 e a^4?” “Será que é possível representar a expressão $a^{1,5}$?”	10 Min
<u>Apresentação da primeira definição:</u> Sejam a um número real positivo e $\frac{m}{n}$ um número racional não negativo (sendo m e n números inteiros, $m \geq 0$ e $n \geq 2$), define-se $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$. <u>Casos particulares da definição:</u> 1. A definição estende-se ao caso a=0, caso m for um número inteiro positivo; 2. Se $\frac{m}{n} = \frac{m\prime}{n\prime}$ Então $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\prime]{a^{m\prime}}$.	5 Min
Fornecer vários exemplos ao aluno, que complementam a definição. Observar as estratégias de resolução dos exemplos. **<u>Exemplos:</u>** a) $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{16^1} = 4$ b) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^1} = 4$ c) $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$ d) $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{(3^2)^3} = 9$ e) $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[3]{(4^2)^3} = 16$ Esclarecimento de dúvidas aos alunos.	2 Min
<u>Resolução do exercício 4 da página 100:</u> **4.** Calcule. **4.1.** $27^{\frac{2}{3}}$ **4.4.** $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$ **4.7.** $64^{1,5}$ **4.2.** $64^{\frac{5}{6}}$ **4.5.** $(8a^3)^{\frac{4}{3}}$, $a \geqslant 0$ **4.8.** $32^{0,4}$ **4.3.** $8^{\frac{5}{3}}$ **4.6.** $1000^{\frac{2}{3}}$ **<u>Resolução:</u>**	12 Min

4.1. $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{\left(3^3\right)^2} = \sqrt[3]{\left(3^2\right)^3} = 3^2 = 9$ **4.2.** $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = \sqrt[6]{\left(2^6\right)^5} = \sqrt[6]{\left(2^5\right)^6} = 2^5 = 32$ **4.3.** $8^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{8^5} = \sqrt[3]{\left(2^3\right)^5} = \sqrt[3]{\left(2^5\right)^3} = 2^5 = 32$ **4.4.** $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^3} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^3} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]^2} =$ $= \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$ **4.5.** $\left(8a^3\right)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\left(2^3a^3\right)^4} = \sqrt[3]{\left[(2a)^3\right]^4} = \sqrt[3]{\left[(2a)^4\right]^3} =$ $= (2a)^4 = 16a^4,\ a \geq 0$ **4.6.** $1000^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(10^3\right)^2} = \sqrt[3]{\left(10^2\right)^3} = 10^2 = 100$ **4.7.** $64^{1,5} = \left(2^6\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\left(10^2\right)^3} = \sqrt{\left(2^9\right)^2} = 2^9 = 512$ **4.8.** $32^{0,4} = 32^{\frac{4}{10}} = 32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(2^5\right)^2} = \sqrt[5]{\left(2^2\right)^5} = 4$ **Nota que:** $(a^b)^c = (a^c)^b$ Esclarecimento de dúvidas aos alunos.	
<u>Apresentação da segunda definição:</u> Sendo a um número real positivo e q um número racional positivo, define-se: $$a^{-q} = \frac{1}{a^q}$$	5 Min
Dar vários exemplos aos alunos. Esclarecer os diferentes passos de resolução e propriedades aos alunos. **1.** $3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}$ **2.** $5^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}$ **3.** $7^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{7^{\frac{2}{3}}}$	2 Min
<u>Resolução do seguinte exercício:</u> Determina o valor de:	5 Min

a) $25^{-\frac{1}{2}}$ b) $8^{-\frac{1}{3}}$ c) $81^{-\frac{1}{4}}$ d) $64^{-\frac{2}{3}}$ **Resolução:** a) $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{5}$ b) $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}$ c) $81^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{81^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3}$ d) $64^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{64^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{16}$	
Propriedades algébricas das potências de expoente racional: Sejam a e b dois números inteiros positivos e p e q dois números racionais: • $a^p \times a^q = a^{p+q}$ • $a^p \div a^q = a^{p-q}$ • $a^p \times b^p = (a \times b)^p$ • $a^p \div b^p = (a \div b)^p$ • $(a^p)^q = a^{p \times q}$	5 Min
Resolução do exercício 7 da página 102: **7.** Mostre, utilizando as propriedades das operações com radicais e a definição de potência de expoente racional, que: **7.1.** $2^{\frac{2}{3}} : 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{5}{12}}$ **7.2.** $a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}-\frac{p}{q}}$; $a > 0$ e m, n, p e q números naturais **Resolução:**	10 Min

<table>
<tr>
<td>

7.1. $2^{\frac{2}{3}} : 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{2^2} : \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^8} : \sqrt[12]{2^3} =$

$= \sqrt[12]{2^8 : 2^3} = \sqrt[12]{2^{8-3}} = \sqrt[12]{2^5} = 2^{\frac{5}{12}}$

7.2. $a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[n]{a^m} : \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq}} : \sqrt[nq]{a^{np}} =$

$= \sqrt[nq]{a^{mq} - a^{np}} = \sqrt[nq]{a^{mq-np}} = a^{\frac{mq-np}{nq}} =$

$= a^{\frac{mq}{nq} - \frac{np}{nq}} = a^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}}, \ a > 0$

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

Resolução do exercício 8 da página 103:

8. Mostre, utilizando as propriedades das operações com radicais e a definição de potência de expoente racional, que:

8.1. $8^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} = 32^{\frac{2}{3}}$

8.2. $a^{\frac{m}{n}} \times b^{\frac{m}{n}} = (a \times b)^{\frac{m}{n}}$;

$a > 0$, $b > 0$ e m e n números naturais.

Resolução:

8.1. $8^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{8^2 \times 4^2} =$

$= \sqrt[3]{(8 \times 4)^2} = (8 \times 4)^{\frac{2}{3}} = 32^{\frac{2}{3}}$

8.2. $a^{\frac{m}{n}} \times b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \times \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{a^m \times b^m} =$

$= \sqrt[n]{(a \times b)^m} = (a \times b)^{\frac{m}{n}}, \ a > 0 \text{ e } b > 0$

</td>
<td>10 Min</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>

<u>Resolução do exercício 9 da página 103:</u>

9. Mostre, utilizando as propriedades das operações com radicais e a definição de potência de expoente racional, que:

9.1. $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}=a^{\frac{3}{5}}$

9.2. $\left(2^{0,5}\right)^{\frac{3}{4}}=2^{\frac{3}{8}}$

9.1. $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}=\left(\sqrt{a^3}\right)^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{\left(\sqrt{a^3}\right)^2}=\sqrt[5]{\sqrt{\left(a^3\right)^2}}=$

$=\sqrt[10]{a^6}=a^{\frac{6}{10}}=a^{\frac{3}{5}}$

9.2. $\left(2^{0,5}\right)^{\frac{3}{4}}=\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{4}}=\left(\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{\left(\sqrt{2}\right)^3}=$

$=\sqrt[4]{\sqrt{2^3}}=\sqrt[8]{2^3}=2^{\frac{3}{8}}$

</td><td>10 Min</td></tr>
<tr><td>Esclarecimento de dúvidas aos alunos.
Entrega de um trabalho de casa.</td><td>9 Min</td></tr>
</table>

Trabalho de Casa
• Manual, página 107, exercícios 18,19,20,21,22,23; • Manual, página 108, exercícios 24,25

Avaliação
Observação formativa das produções efetuadas pelos alunos.