

Matemática A	Ano de escolaridade: 12º ano	1 hora
---------------------	-------------------------------------	---------------

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS

Domínio: Funções Reais de Variável Real.

Subdomínio: Funções Trigonométricas.

Objetivo Geral: Conhecer o limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ e aplicá-lo na resolução de exercícios.

TEMAS TRANSVERSAIS

- Limites de funções;
- Teorema das funções enquadadas;
- Funções Trigonométricas;
- Circunferência Trigonométrica.

SUMÁRIO

Revisão da circunferência trigonométrica.

Revisão do Teorema das funções enquadadas.

Introdução ao limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ e demonstração do seu resultado.

Visualização de um programa em Python.

Resolução de exercícios de consolidação.

MATERIAIS

- Material de escrita.
- Computador e videoprojector.

TEMPO	ESTRATÉGIA/DESENVOLVIMENTO DE AULA
3 minutos	Início de aulas e apresentação do sumário
10 minutos	<p>Recordação da Circunferência Trigonométrica no 1º quadrante e das seguintes propriedades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $-1 \leq \cos x \leq 1$ • $-1 \leq \sin x \leq 1$ • $\cos 0 = 1, \sin 0 = 0, \cos \pi/2 = 0, \sin \pi/2 = 1.$ • O seno de um ângulo na circunferência trigonométrica lê-se no eixo das ordenadas e o cosseno de um ângulo lê-se no eixo das abcissas. • $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}.$ • A tangente de um ângulo na circunferência trigonométrica lê-se na reta tangente à circunferência no ponto (1,0). <p>Resolução do exercício: (em anexo) Indica o contradomínio da função $2 - 3\sin(2x - 1)$</p>
7 minutos	<p>Recordação do Teorema das Funções Enquadradas: Sejam $f(x), g(x), h(x)$ funções reais de variável real definidas num domínio $D \subseteq \mathbb{R}$ e $a \in D$, tais que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ e $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l$. Então $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$.</p> <p>Representação de gráficos que ilustram o teorema.</p> <p>Resolução do exercício: (em anexo) Resolve $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ usando o teorema das funções enquadradas.</p>
20 minutos	<p>Apresentação do limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.</p> <p>Demonstração do resultado (em anexo) com auxílio das capacidades gráficas do programa Geogebra (Em Anexo).</p>
5 minutos	<p>Visualização da função $\frac{\sin x}{x}$ em Python, dando valores a x próximos de 0 e intuição que de facto o valor da função aproxima-se de 1.</p> <p>Código:</p> <pre> from math import sin as sin def x(i): return 10**-i def y(x): return sin(x)/x print("sinx/x tende para") for i in range(1, 12, 1): </pre>

	<code>print(y(x(i)))</code>
15 minutos	Resolução dos exercícios: (em anexo) Calcula os seguintes limites: (A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{2x}$; (B) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$; (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \cos(2x)}{2x}$.