

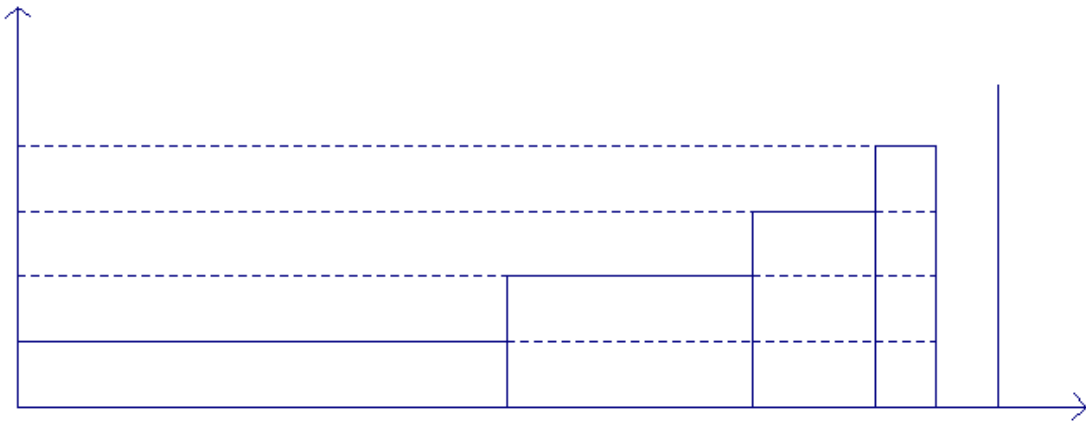
NICOLAU DE ORESME (1323 – 1382 aprox.)

Nos finais da Idade média foi obtida (entre outros, por N. de Oresme) a soma da série $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$

O objectivo é obter a soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$. A demonstração de Oresme é de uma intuição magistral, e ficou na História por isso mesmo.

Oresme considerou o seguinte raciocínio:

Considerou um ponto que se move num intervalo de tempo $[0,1]$ do seguinte modo:



Quando o ponto chegar a 1 fica preenchido um rectângulo de base 1 e altura 2.

Da mesma forma somando da esquerda (como o ponto se desloca) para a direita obteríamos a série $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$

No fim do processo ficou preenchido, em baixo, um rectângulo de área 1, em cima um de área $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, ... Ou seja $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

$$\text{Então } \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 2$$

E conclui-se $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = 2$ ■