Introdução
Teoria dos Números I
Criptografia Clássica
Teoria dos Números II
Divisibilidade
Máximo Divisor Comum
Congruências Lineares
Cifra de Deslocamento Linear
Criptoanálise
Cifras Fieiras
Byteisses
Cifras por Blocos
Cifras de Chaves Simétricas
Cifras de Chaves Públicas
Teoria dos Números III

Substituição Poli-alfabética

Definição (Cifra de Substituição Poli-alfabética)

Uma cifra de substituição poli-alfabética com comprimento de bloco t dado o alfabeto $\mathcal{A}$ é uma cifra que possuí as seguintes propriedades:

1. *o espaço das chaves $\mathcal{K}$ consiste em todos os conjuntos ordenados de t permutações $(p_1, p_2, \ldots, p_t)$ aonde cada uma das permutações p_i é definida no conjunto $\mathcal{A}$;*
2. *a encriptação da mensagem $m = (m_1 m_2 \ldots m_t)$ com a chave $e = (p_1, p_2, \ldots, p_t)$ é dada por $E_e(m) = (E_{p_1}(m_1) E_{p_2}(m_2) \ldots E_{p_t}(m_t))$;*
3. *a chave de decifração associada com $e = (p_1, p_2, \ldots, p_t)$ é $d = (p_1^{-1}, p_2^{-1}, \ldots, p_t^{-1})$.*

Introdução
Teoria dos Números I
Criptografia Clássica
Teoria dos Números II
Divisibilidade
Máximo Divisor Comum
Congruências Lineares
Cifra de Deslocamento Linear
Criptoanálise
Cifras Fieiras
Byteisses
Cifras por Blocos
Cifras de Chaves Simétricas
Cifras de Chaves Públicas
Teoria dos Números III

Cifra de Vigenère

Cifra de Vigenère[2]

Seja $\mathcal{A} = \{a, b, c, \ldots, x, z\}$ e $t = 3$. A chave é "dhk" que corresponde a $e = (p_1, p_2, p_3)$ sendo que para cada uma das componentes da chave se aplica uma encriptação por deslocamento simples, isto é, p_1 transforma as letras em $\mathcal{A}$ numa outra letra de $\mathcal{A}$ três posições à sua direita, p_2 numa sete posições à sua direita, e p_3 dez posições à sua direita. Se a mensagem a cifrar for a seguinte:

$$m = \text{est aci fra nao ese gur axx}$$

então

$$c = E_e(m) = \text{hbf djt ial qha hbp jdd dfi}$$

[2] Blaise de Vigenère (Saint-Pourçain, 1523–1596) foi um diplomata e criptógrafo francês.

Introdução
Teoria dos Números I
Criptografia Clássica
Teoria dos Números II
Criptoanálise
Criptoanálise das Cifras Clássicas
Cifras Fieiras
Byteisses
Cifras por Blocos
Cifras de Chaves Simétricas
Cifras de Chaves Públicas
Teoria dos Números III

Criptoanálise

Definição (Criptoanálise)

Criptoanálise *é o estudo dos procedimentos necessários para tentar comprometer as técnicas criptográficas, e mais genericamente, os serviços de segurança da informação.*

- Stinson, Douglas, *Cryptography: Theory and Practice*, CRC, 2006.
- Pedro Quaresma, Augusto Pinho, Análise de Frequências da Língua Portuguesa, Livro de Actas InterTIC 2007, 3 a 5 de Dezembro de 2007, Porto, Portugal, pags 267-272, IASK, 2007.

Introdução
Teoria dos Números I
Criptografia Clássica
Teoria dos Números II
Criptoanálise
Criptoanálise das Cifras Clássicas
Cifras Fieiras
Byteisses
Cifras por Blocos
Cifras de Chaves Simétricas
Cifras de Chaves Públicas
Teoria dos Números III

Objectivos do Adversário

Definição (Cifra (parcialmente) Quebrada)

O objectivo principal de um adversário que queira atacar uma cifra é o de recuperar, de forma sistemática, texto claro a partir de texto cifrado. Se este objectivo for atingido diz-se, que a cifra foi **parcialmente quebrada**.

Definição (Cifra (formalmente) Quebrada)

Um objectivo mais ambicioso é o de obter a chave privada de uma dada entidade, nesse caso a cifra **é completamente, e formalmente, quebrada**.

Classes de Ataques

Definição (Ataque Passivo)

Um ataque passivo *é um ataque em que o adversário só monitoriza o canal de comunicação. Um atacante passivo só ameaça a confidencialidade da informação.*

Definição (Ataque Activo)

Um ataque activo *é um ataque em que o adversário tenta apagar, acrescentar, ou de alguma forma modificar a informação. Um atacante activo ameaça a integridade da informação assim como a confidencialidade.*

Ataques no Esquema de Encriptação

O objectivo dos ataques que a seguir se descrevem têm como objectivo a obtenção do texto claro a partir do texto cifrado, ou mesmo o descobrir da chave de decifração.

1. *ataque de texto cifrado*, é um ataque aonde o adversário (o criptoanalista) tenta deduzir a chave de decifração ou o texto claro por observação unicamente do texto cifrado. Um esquema de encriptação que seja vulnerável a este tipo de ataque considera-se *completamente inseguro*.
2. *ataque de texto claro conhecido*, é um ataque aonde o adversário consegue obter um excerto de texto claro e o correspondente texto cifrado. Este tipo de ataque é tipicamente só marginalmente mais difícil a montar.
3. *ataque de texto claro escolhido*, é um ataque aonde o adversário escolhe o texto em claro obtendo de seguida o correspondente texto cifrado. Toda a informação daí deduzida é posteriormente usada em outros textos cifrados.

Espaço das Chaves

A dimensão do espaço da chaves é dado pelo número de pares encriptação/desencriptação que estão disponíveis no sistema de cifração.

A dimensão do espaço das chaves é importante dado que está directamente relacionada com a possibilidade, ou não, de um ataque directo por procura exaustiva, usualmente designado por *método da força-bruta*.

Facto

Uma condição necessária, mas de uma forma geral não suficiente, para um esquema de encriptação ser seguro é que o espaço das chaves seja suficientemente grande para evitar procuras exaustivas.

Por exemplo, para uma dada cifra de chaves simétricas em que o espaço das chaves seja da ordem de 3×10^{22}, a procura exaustiva já se torna impraticável, pode no entanto ser susceptível a outro tipo de ataques.

Ataque por Procura Exaustiva

Um dos ataques possíveis, para uma qualquer cifra, é o **ataque por procura exaustiva no espaço das chaves**. Este ataque é também designado por **ataque de força-bruta**.

Ou seja tenta-se, de forma exaustiva, todas as chaves possíveis.

Uma cifra que seja susceptível a este tipo de ataque é considerada uma **cifra fraca**.

Todas as cifras clássicas são cifras fracas (ou completamente inseguras).

- Deslocamento Simples - $|\mathcal{A}|$ - extremamente fraca
- Deslocamento Linear - $\phi(|\mathcal{A}|) \times |\mathcal{A}| + |\mathcal{A}|$ - muito fraca
- Cifra de Vigenère - $|\mathcal{A}|^{\frac{|\mathcal{A}|(2+|\mathcal{A}|)}{2}}$ - fraca

Análise de Frequências

Os métodos de substituição, tanto mono-alfabéticos, como poli-alfabéticos, preservam todas as características de uma dada linguagem.

Por exemplo se todas as ocorrências da letra a são substituídas pela letra x, uma mensagem cifrada contendo numerosas instâncias da letra x, iria sugerir ao criptoanalista, que a letra x representa a letra a (em Português).

- Frequência relativa das letras.
- Digramas, Trigramas.
- Letras iniciais e finais das palavras.
- Palavras pequenas: palavras de uma; duas; três letras.
- Índice de Coincidência; Índice de Coincidência Mútuo.

Um Exemplo

Considere-se a seguinte mensagem, resultado da aplicação de uma cifra de deslocamento simples, a um dado texto.

mcolr fívdu r pdlv lpsruwdqwh lpshudgru urpdqr ghvorfdyd dv ohwudv gd phqvdjhp ruljlqdo wuîv srvlêahv sdud hylwdu txh r lqlpljr oî-vh rv vhxv sodqrv.

- Tendo o texto(s) encriptado(s) faz-se o estudo de frequências para esse(s) texto(s).
- Comparam-se os valores encontrados com um dado estudo de referência (para a língua de base do texto).
- Testam-se os valores encontrados para as chaves de forma exaustiva. Este conjunto de valores será muito menor que o dado pela dimensão do espaço das chaves.

Análise para a Língua Portuguesa

Para fazer um estudo estatístico de uma dada língua é necessário escolher um conjunto amplo e significativo de textos, os quais devem poder representar fielmente a língua em estudo.

O conjunto escolhido deve respeitar dois critérios principais:

- a dimensão, isto é, o número de caracteres contados;
- o tipo de textos escolhidos. Os textos devem ser de diferentes tipos, cobrindo muitos autores, contextos históricos, e tipos literários.

Para o Português moderno, escolheram-se autores «recentes». No total analisaram-se 141 textos, de 47 autores, totalizando 11.133.372 caracteres e 2.400.295 palavras.[3]

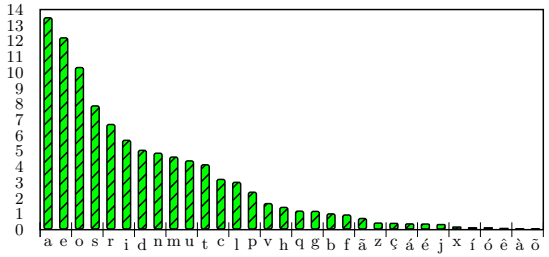
`http://www.mat.uc.pt/~pedro/cientificos/Cripto/`

[3] [Quaresma(2008), Quaresma and Pinho(2007)]

Frequência Relativa das Letras

As letras mais frequente na mensagem cifrada foram:

Letra	d	v	r
Frequência	16	14	13



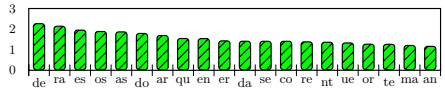
Temos então como possíveis chaves:

Letra	a	e	o
d	3	42	32
v	21	17	7
r	17	13	3

Digramas & Trigramas

Os digramas e os trigramas são conjuntos de duas ou três letras seguidas e que constituem sub-palavras.

Eles vão dar uma ideia das «vizinhanças» que se encontram numa dada língua.



Na mensagem temos como digramas mais frequentes: «dq», «du», «lp», «ru», «rv», «ud».

	de	ra	es	os
dq	(0,12)	(14,16)	(1,2)	(11,2)
du	(0,16)	(14,20)	(1,41)	(11,41)
lp	(8,11)	(22,15)	(36,3)	(3,3)
ru	(14,16)	(28,20)	(30,41)	(40,2)
rv	(14,17)	(28,21)	(30,40)	(40,40)
ud	(17,42)	(3,3)	(27,15)	(37,15)

Conclusões

\+ letras iniciais e finais das palavras + palavras pequenas

No fim ter-se-ia uma ou duas chaves prováveis, no caso presente a chave mais provável é dada por $c = 3$.

$$d_c(y) = (y - c) \bmod 43$$

Obter-se-ia:

> *júlio césar o mais importante imperador romano deslocava as letras da mensagem original três posições para evitar que o inimigo lesse os seus planos.*

Os dados completos deste estudo estão disponíveis em:

`http://www.mat.uc.pt/~pedro/cientificos/Cripto/`.

Criptoanálise de Cifras Poli-alfabéticas

A vantagem das cifras poli-alfabéticas em relação às mono-alfabéticas advém do facto de a frequência das letras não ser, pelo menos de forma directa, preservada.

No entanto assim que o comprimento do bloco é descoberto podemos dividir as letras da mensagem cifrada em grupos, tantos quanto o comprimento do bloco, e fazer o estudo de frequências dentro de cada grupo.

1. Descobrir o comprimento da chave - Índice de Coincidência.
2. Descobrir a chave - Índice de Coincidência Mútuo.

Índice de Coincidência

No caso da cifra de Vigenère com uma chave de comprimento m, $k_1, k_2, \ldots, k_m$, temos que a mesma sub-chave k_i é usada de m em m caracteres. Podemos usar essa característica para quebrar a cifra.

Definição (Índice de Coincidência)

Suponhamos que $x = x_1 x_2 \ldots x_n$ é um texto de n caracteres do alfabeto. O índice de coincidência de x, designado por $I_c(x)$, é definido como a probabilidade de dois caracteres aleatórios de x serem iguais.

$$I_c(x) = \frac{\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \binom{f_i}{2}}{\binom{n}{2}} = \frac{\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} f_i(f_i - 1)}{n(n-1)}$$

com f_i a frequência do carácter de codificação i na mensagem.

Índice de Coincidência

Calculando o índice de coincidência para a língua Portuguesa é de esperar que um texto em Português se aproxime desse valor.

$$I_c(x) \approx I_c(Pt) = 0,072723$$

Temos então:

$i \leftarrow 2$
enquanto $(i \leq |\mathcal{A}|)$ faz
  divide o texto em i sub-textos, (de i em i caracteres)
  calcula o índice de coincidência para cada um dos sub-textos
  faz-se a média dos textos com chave de comprimento i

Dado que só os sub-textos obtidos a partir de uma sub-divisão com um comprimento igual ao da chave é que vão corresponder a sub-textos de um texto em Português (a menos da encriptação), só esses é que terão um valor de índice de coincidência próximo do índice de coincidência do Português.

Índice de Coincidência Mútuo

Agora resta-nos calcular cada uma das sub-chaves $K = k_1, \ldots, k_l$, (com l o comprimento da chave).
Não podemos fazer o estudo das frequências das letras directamente, tal como fizemos para a cifra de deslocamento simples, dado que não temos um texto, mas sim sub-textos.

Definição (Índice de Coincidência Mútuo)

Suponhamos que temos dois textos $x = x_1 x_2 \ldots x_m$ e $y = y_1 y_2 \ldots y_n$. O índice de coincidência mútuo de x e y, designado por $I_{cm}(x, y)$, é definido como a probabilidade de um carácter aleatório de x ser igual a um carácter aleatório de y.

$$I_{cm}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} f_i^x f_i^y}{mn}$$

com f_i^x, f_i^y as frequência do carácter de codificação i em x e y respectivamente.

Usando as frequências da língua Portuguesa como referência, podemos obter desta forma as diferentes sub-chaves.

Índice de Coincidência Mútuo

Sabendo já de antemão o comprimento correcto da chave, $K = k_1, k_2, \ldots, k_m$, podemos usar o índice de coincidência mútuo, com os valores de referência da língua Portuguesa, como forma de obter as diferentes sub-chaves.

$$I_{g_j} = \sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \frac{p_i f_{i+g_j}}{n'} \qquad j = 1, \ldots, m$$

com n' o comprimento do sub-texto j; p_i os valores de referência para a língua Portuguesa; os índices $i + g_j$ calculados módulo $|\mathcal{A}|$.

Caso $g_j = k_j$ teremos $I_{g_j} \approx I_c(Pt)$.

Cifra Fieira

Uma cifra fieira podem ser caracterizadas como sendo uma cifra por bloco em que o comprimento do bloco é 1 e em que função de transformação pode mudar a cada bloco.

- é possível mudar a função de transformação a cada símbolo.
- não sofrem do efeito de propagação de erros.

As cifras por fieiras podem também ser importantes sempre que o dispositivo de transmissão não tenha a capacidade de armazenamento necessária para processar um bloco de informação.